

Prova scritta del secondo appello d'esame di Calcolo I
per il corso di laurea in Scienze dei Materiali
23 Febbraio 2016

- (1) Si determinino tutte le soluzioni esistenti nel campo complesso della seguente equazione:

$$z^8 + \frac{17}{4}z^4 + 1 = 0 .$$

- (2A) Si determini il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left\{ \sin \left[(n-1) \frac{\pi}{2} \right] \left[1 - \cos \left(\frac{1}{\sqrt{n}} \right) \right] \right\} .$$

- (2B) Si discuta la convergenza assoluta della serie precedentemente introdotta al punto (2A).

- (3) Si consideri la famiglia di funzioni f_a tale che

$$f_a(x) = a \operatorname{tg} x + \operatorname{cotg} x ,$$

dove il parametro $a \in \mathbf{R}^+$.

- (3A) Si determini, in funzione di a , la posizione del punto stazionario di f_a tale che appartiene all'intervallo $(0, \pi/2)$.

- (3B) Si determini il valore $\bar{a}$ tale che quel punto stazionario (richiesto dal testo dell'esercizio (3A)) si trovi in corrispondenza a $x = \pi/6$.

- (3C) Si studi il grafico della funzione $f_{\bar{a}}(x)$ su tutto il piano cartesiano, dove $\bar{a}$ è il valore richiesto dal testo dell'esercizio (3B).

- (4A) Si calcoli il valore del seguente integrale definito:

$$F(M) = \int_0^M dx \, x^2 \operatorname{arctg} x .$$

- (4B) Si determini il valore del seguente limite:

$$\lim_{M \rightarrow \infty} F(M) ,$$

dove $F(M)$ è la funzione introdotta dal testo dell'esercizio (4A).