

**Seconda prova di esonero dagli esami scritti di Calcolo I
per il corso di laurea in Scienze dei Materiali
13 Gennaio 2015**

(1a) Si consideri la famiglia di funzioni $g_\alpha : \mathbf{R}^+ \rightarrow \mathbf{R}$ tale che

$$g_\alpha(x) = (x^\alpha - 2x^{\alpha-2}) e^{-x^2/2} ,$$

dove il parametro $\alpha > 2$. Si determini il valore $\bar{\alpha}$ tale che la funzione $g_{\bar{\alpha}}$ ha un punto di minimo in $x = 1$.

(1b) Si studi il grafico della funzione

$$f(x) = (x^5 - 2x^3) e^{-x^2/2}$$

su tutto il suo dominio di definizione.

(2a) Si calcoli il seguente integrale indefinito:

$$\int x^3 e^{-x^2/2} dx .$$

(2b) Si determini esplicitamente la funzione $F : [0, \frac{1}{2}) \rightarrow \mathbf{R}$ tale che

$$F(x) = \int_0^x \frac{\sqrt{2}}{1 - 4u^2} du ,$$

dove $x \in [0, \frac{1}{2})$.