

Analisi Matematica I

INFORMATICA

Secondo Esonero

Martedì 16-01-07

1. Si determini il dominio e si tracci il grafico della funzione

$$f(x) = \frac{x^2 + 3}{x + 1}.$$

2. Data la funzione $f(x) = (x - \frac{1}{2}) \ln x - x$ si mostri che la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} [f(n+1) - f(n) - \ln n]$$

è convergente. Si usi questo fatto per mostrare che esiste una costante $C > 1$ tale che

$$C^{-1} \frac{e^{-n} n^n}{\sqrt{n}} \leq n! \leq C \frac{e^{-n} n^n}{\sqrt{n}}.$$

3. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione differenziabile tale che $f(0) = 0$ e $f'(x) < f(x)$ per ogni $x \in \mathbb{R}$. Si mostri che $f(x) < 0$ per ogni $x > 0$.
4. Si calcoli, senza usare il calcolatore, $2^{\frac{1}{3}}$ con una precisione superiore a 10^{-2} .
5. Si consideri la funzione $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} n^2 x^n$. Si dica per quali x è ben definita (cioè la serie converge) e si calcoli $f'(0)$.

*Avete 2:30 ore di tempo. Ogni esercizio vale otto punti. Il punteggio finale si ottiene con la formula: punteggio totale degli esercizi meno due. La sufficienza si ottiene con un punteggio ≥ 18 . Solo le risposte **chiaramente giustificate** saranno prese in considerazione. Le parti degli elaborati scritte in maniera **disordinata** o **incomprensibile** saranno **ignorate**.*