

Analisi Matematica I

INFORMATICA

Quarto Appello

Mercoledì 03-09-08

1. Per ogni $a \in \mathbb{R}$ si consideri il segmento rettilineo ℓ_1 che unisce il punto $(-1, -1)$ e il punto $(a, 0)$ e il segmento rettilineo ℓ_2 che unisce i punti $(1, -1)$ e $(a, 0)$. Si dica per quale a la somma delle lunghezze di ℓ_1 e ℓ_2 è minima.

2. Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} e^{\frac{1}{x}} & \text{per } x < 0 \\ 0 & \text{per } x \geq 0. \end{cases}$$

Se ne tracci il grafico. Si dica se la funzione è continua in zero.
Si dica se la funzione è derivabile in zero.

3. Sia $a_0 = 3$ e, per ogni $n \in \mathbb{N}$, $a_{n+1} = \frac{a_n}{2} + 1$. Si studi il limite $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.
4. Si studi la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} n! e^{-n^a}$$

al variare di $a \in \mathbb{N}$.

5. Usando il fatto che $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$ verificare (senza usare il calcolatore) che la differenza tra $\frac{\pi}{6}$ e $\frac{5}{9}$ è inferiore a $\frac{1}{10}$.

*Avete 2:30 ore di tempo. Ogni esercizio vale otto punti. Il punteggio finale si ottiene con la formula: punteggio totale degli esercizi meno due. La sufficienza si ottiene con un punteggio ≥ 18 . Solo le risposte **chiaramente giustificate** saranno prese in considerazione. Le parti degli elaborati scritte in maniera **disordinata** o **incomprensibile** saranno **ignorate**.*