

Analisi Matematica I

INFORMATICA

Terzo Appello

Mercoledì 11-07-07

1. Dimostrare che, per ogni $x \in \mathbb{R}$,

$$\cos x - 1 + \frac{x^2}{2} \geq 0.$$

2. Si studi la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n} \ln(\cos(n^{-2})).$$

3. Sia $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione tale che

$$\begin{aligned} F'(x) &= 2 - (\cos x)^2 \\ F(0) &= -1. \end{aligned}$$

Si dica quante soluzioni ha l'equazione $F(x) = 0$.

4. Si determini il dominio della funzione

$$f(x) = e^{\frac{x+1}{x-1}}$$

e se ne tracci il grafico.

5. Si dermini la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita come segue

$$f(x) = \sup_{a \in \mathbb{R}} \left[xa - \frac{1}{2}(a-1)^2 \right].$$

*Avete 2:30 ore di tempo. Ogni esercizio vale otto punti. Il punteggio finale si ottiene con la formula: punteggio totale degli esercizi meno due. La sufficienza si ottiene con un punteggio ≥ 18 . Solo le risposte **chiaramente giustificate** saranno prese in considerazione. Le parti degli elaborati scritte in maniera **disordinata** o **incomprensibile** saranno **ignorate**.*