

Analisi Matematica I

INFORMATICA

Primo Appello

Mercoledì 23-01-08

1. Data la funzione $f(x) = (\cos x)^2 - 5 \sin x + 1$, $x \in [0, 2\pi]$, se ne tracci il grafico e si dica quante soluzioni ha l'equazione $f(x) = 0$.

2. Si studi la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n!}{n^n}.$$

3. Data la funzione $f(x) = x - \sin x$, si consideri la successione definita da $x_0 = 1$, $x_{n+1} = f(x_n)$ per ogni $n \in \mathbb{N}$. Si studi il limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f(x_n).$$

4. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione due volte derivabile con $f'' \geq 0$. Si mostri che, per ogni $x \in [0, 1]$,

$$f\left(\frac{1+x}{2}\right) \leq f(1/2)(1-x) + f(1)x.$$

5. Si calcoli il seguente limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \sqrt{n^2 + 4n + 3} - n \right\}.$$

*Avete 2:30 ore di tempo. Ogni esercizio vale otto punti. Il punteggio finale si ottiene con la formula: punteggio totale degli esercizi meno due. La sufficienza si ottiene con un punteggio ≥ 18 . Solo le risposte **chiaramente giustificate** saranno prese in considerazione. Le parti degli elaborati scritte in maniera **disordinata** o **incomprensibile** saranno **ignorate**.*