Analisi Matematica I
Correzione Quarto Appello–04-09-2007

1. Si noti che
$$x = a + \frac{1}{x}.$$
Iterando tale relazione si ottiene
$$x = a + \cfrac{1}{a + \cfrac{1}{a + \cfrac{1}{a + \ddots}}}$$

2. Si noti che
$$\sum_{k=n}^{\infty} \frac{1}{k^2} < \sum_{k=n}^{\infty} \frac{1}{k(k-1)} = \sum_{k=n}^{\infty} \frac{1}{k-1} - \frac{1}{k} = \frac{1}{n-1}.$$

3. Se si definisce la funzione $g(x) = f(0) + [f(1) - f(0)]x - f(x)$ basta dimostrace che $g(x) \geq 0$ per ogni $x \in [0, 1]$. Prima di tutto g è continua e $g(0) = g(1) = 0$. Dunque esiste un punto interno di massimo o minimo, cioè esiste $\xi \in (0, 1)$ tale che $g'(\xi) = 0$. D'altro canto $g''(x) < 0$, per cui g' è strettamente decrescente, quindi ξ é un massimo, ed è l'unico punto in cui la derivata si annulla nell'intervallo considerato. Da questo segue che il minimo deve essere agli estremi, dunque il minimo è zero per cui la funzione è non negativa.

4. Questa è la solita roba.

5. Si applica il criterio della radice e si vede che la serie converge per $|x| < 1$, se $|x| \geq 1$ il termine n-esimo della serie non tende a zero, dunque la serie non può convergere.