

Analisi Matematica I

INFORMATICA

Primo Appello

Venerdì 02-02-07

1. Data la funzione $f(x) = \sqrt{x^3 - 3x + 2}$ se ne determini il dominio e se ne tracci il grafico.
2. Si consideri la successione definita da $a_0 = 1$, $a_{n+1} = (1+n^{-2})a_n$ per ogni $n \in \mathbb{N}$. Si dica se esiste il limite $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.

3. Si mostri che

$$\sin 1 = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!}.$$

Si dimostri inoltre che $\sin 1 \notin \mathbb{Q}$.

4. Si determini il numero delle soluzioni dell'equazione

$$x^{20} - 5x^2 + 1 = 0$$

nell'intervallo $[0, 1]$.

5. Si calcoli il seguente limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[n^2 - n^3 \sin \frac{1}{n} \right].$$

*Avete 2:30 ore di tempo. Ogni esercizio vale otto punti. Il punteggio finale si ottiene con la formula: punteggio totale degli esercizi meno due. La sufficienza si ottiene con un punteggio ≥ 18 . Solo le risposte **chiaramente giustificate** saranno prese in considerazione. Le parti degli elaborati scritte in maniera **disordinata** o **incomprensibile** saranno **ignorate**.*