

Analisi Matematica

Terza Prova di Autovalutazione

1. Calcolare, senza usare il calcolatore, $\sin \frac{2\pi}{7}$ con un errore inferiore al 20%.
2. Data la funzione $f(x) = xe^{-x^2}$, si determini dominio e immagine, e se ne tracci il grafico.
3. Tra tutti i triangoli inscritti nella circonferenza di raggio uno e con un lato coincidente col diametro, si determini quello di area massima.
4. Data una qualunque funzione continua $f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ si dimostri che esiste $x \in [0, 1]$ tale che $f(x) = x$.
5. Si consideri la funzione

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} e^{-n} \sin n x^n$$

per $x \in (0, 1)$. Si dimostri che

- la f è ben definita (la serie converge)
- la f è continua
- la f è derivabile e se ne calcoli la derivata.

Avete 2 ore di tempo. Ogni esercizio vale otto punti. Il punteggio finale si ottiene con la formula: punteggio totale degli esercizi meno due. La sufficienza si ottiene con un punteggio ≥ 18 . Solo le risposte chiaramente giustificate saranno prese in considerazione.