

Analisi Matematica I

INFORMATICA

Secondo Esonero

Martedì 17-01-05

1. Si studi il grafico della funzione

$$f(x) = x^6 - 5x^4 + 2x^2 + 1.$$

Si dica quante soluzioni ha l'equazione $f(x) = 0$.

2. Si calcoli il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{e^{\frac{x^2}{1+x}} - 1}{x^4} - \frac{1-x}{x^2} \right].$$

3. Si studi la convergenza della serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-x^2)^n$$

e si faccia vedere che, se la serie converge, allora il suo valore è più piccolo di uno.

4. Sia $f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ una funzione continua. Si faccia vedere che esiste $x \in [0, 1]$ tale che $f(x) = x$.

5. Data la funzione

$$f(x) = x^3 - 5x^2 + 2x + 1,$$

si trovi, *senza usare il calcolatore*, un numero $x \in [0, 1]$ tale che $|f(x)| \leq 2 \cdot 10^{-3}$. Si spieghi come lo si è trovato.

Avete 2:30 ore di tempo. Ogni esercizio vale otto punti. Il punteggio finale si ottiene con la formula: punteggio totale degli esercizi meno due. La sufficienza si ottiene con un punteggio ≥ 18 . Solo le risposte **chiaramente giustificate** saranno prese in considerazione. Le parti degli elaborati scritte in maniera disordinata o incomprensibile saranno **ignorate**.