

Analisi Matematica I

INFORMATICA

Secondo Appello–Lunedì 20-02-2006

1. Si calcoli il limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n^{-n^2} n!.$$

2. Si tracci il grafico della funzione

$$f(x) = x^4 - x^2.$$

Si dica quante soluzioni ha l'equazione $f(x) = x + a$ al variare di $a \in [-1, 1]$.

3. Si consideri la funzione $f(x) := \frac{x}{2} + \frac{1}{4} \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)$ e la successione definita da $x_0 = 1$ e, per ogni $n \in \mathbb{N}$, $x_{n+1} = f(x_n)$. Si studi il limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n.$$

4. Mostrare che, dati comunque quattro numeri $a, b, c, d \in \mathbb{R}$, si ha

$$(ab + cd)^2 \leq (a^2 + c^2)(b^2 + d^2).$$

5. Si calcoli, senza usare la calcolatrice, $\sin\left(\frac{1}{2}\right)$ con un errore inferiore ad un centesimo.

Avete 2:30 ore di tempo. Ogni esercizio vale otto punti. Il punteggio finale si ottiene con la formula: punteggio totale degli esercizi meno due. La sufficienza si ottiene con un punteggio ≥ 18 . Solo le risposte chiaramente giustificate saranno prese in considerazione. Le parti degli elaborati scritte in maniera disordinata o incomprensibile saranno ignorati.