

Analisi Matematica I

INFORMATICA

Quarto Appello–Mercoledì 14-09-2005

1. Si calcoli il limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} \sum_{k=0}^n k.$$

2. Si tracci il grafico della funzione

$$f(x) = x^4 - 9x^2 + 1.$$

3. Si consideri la funzione $f(x) := x - x^2$ e la successione definita da $x_0 = \frac{1}{2}$, $x_{n+1} = f(x_n)$ per ogni $n \in \mathbb{N}$. Si studi il limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n.$$

4. Data una successione $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$, per $\prod_{k=1}^n a_k$ si intende il prodotto $a_1 \cdot a_2 \cdots a_{n-1} \cdot a_n$. Si studi il limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \prod_{k=2}^n \left(1 - \frac{1}{k}\right).$$

5. Si studi la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[\ln \left(1 + \frac{1}{n}\right) \right]^2.$$

Avete 2:30 ore di tempo. Ogni esercizio vale otto punti. Il punteggio finale si ottiene con la formula: punteggio totale degli esercizi meno due. La sufficienza si ottiene con un punteggio ≥ 18 . Solo le risposte chiaramente giustificate saranno prese in considerazione. Le parti degli elaborati scritte in maniera disordinata o incomprensibile saranno ignorati.