Analisi Matematica I

INFORMATICA

Terzo Appello–Mercoledi 13-07-2005

1. Si mostri che, per ogni $1 > x > 0$ e $n \geq 2$,
$$\frac{x}{2n^{x+1}} \leq n^{-x} - (n+1)^{-x} \leq \frac{x}{n^{x+1}}.$$
Si usi tale disuguaglianza per verificare che, per ogni $1 > x > 0$,
$$x^{-1} \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{1+x}} \leq 2x^{-1}.$$

2. Si determini dominio, codominio e si tracci il grafico della funzione
$$f(x) = \frac{2x+1}{x+1} - x^2.$$
Si dica quante soluzioni ammette l'equazione $f(x) = 0$.

3. Si calcoli il limite
$$\lim_{n\to\infty} (n^5+1)e^{-(\ln n)^2}.$$

4. Si studi la convergenza della serie
$$\sum_{n=1}^{\infty} n \ln(1+n^{-3}).$$

5. Si dia un esempio di funzione ovunque differenziabile ma che non ammette derivata seconda in zero.

Avete 2:30 ore di tempo. Ogni esercizio vale otto punti. Il punteggio finale si ottiene con la formula: punteggio totale degli esercizi meno due. La sufficienza si ottiene con un punteggio ≥ 18. *Solo le risposte chiaramente giustificate saranno prese in considerazione. Le parti degli elaborati scritte in maniera disordinata o incomprensibile saranno ignorati.*