

Analisi Matematica I

INFORMATICA

Secondo Appello–Giovedì 17-02-2005

1. Si calcoli il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(2+x) - \ln 2}{\sin x}.$$

2. Si determini dominio, codominio e si tracci il grafico della funzione

$$f(x) = x + \ln\left(\frac{x+1}{x}\right).$$

3. Si consideri la funzione $f(x) := \frac{3x}{8} + \frac{3}{2x} - \frac{1}{2x^3}$ e la successione definita da $x_0 = \frac{3}{2}$, $x_{n+1} = f(x_n)$ per ogni $n \in \mathbb{N}$. Tale successione risulta essere convergente. Detto $\bar{x} := \lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ si mostri che deve essere $\bar{x} = \sqrt{2}$.

4. Si studi la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}.$$

5. Si consideri un quadrato di lato 1 ed i triangoli inscritti con base su di un lato e vertice sul lato opposto. Tra tutti questi triangoli trovare quello di perimetro massimo.

Avete 2:30 ore di tempo. Ogni esercizio vale otto punti. Il punteggio finale si ottiene con la formula: punteggio totale degli esercizi meno due. La sufficienza si ottiene con un punteggio ≥ 18 . Solo le risposte chiaramente giustificate saranno prese in considerazione. Le parti degli elaborati scritte in maniera disordinata o incomprensibile saranno ignorati.