Analisi Matematica I
Secondo Esonero

1. Si consideri la funzione
$$f(x) = x^4 - \sin x.$$
Se ne faccia il grafico e si dica quante sono le soluzioni dell'equazione $f(x) = 0$.

2. Tra tutti i triangoli di vertici $(0,0)$, $(0,1)$ $(x, 1-x^2)$, per $x \in [-1,1]$, si trovi quello di area massima.

3. Si dimostri che
$$x^2 \geq 2(1-\cos x).$$

4. Si disegni l'insieme $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 - y^2 > 0\}$.

5. Si dia un esempio di funzione definita su tutto $\mathbb{R}$ che sia continua ma non derivabile in due punti.

6. Si determini, senza usare il calcolatore, il numero delle soluzioni dell'equazione
$$2e^x - 3 = 0$$
nell'intervallo $x \in (0, .5)$.

Avete 3 ore di tempo. Ogni esercizio vale sei punti. La sufficienza si ottiene con un punteggio $\geq$ 18. **Solo le risposte chiaramente giustificate saranno prese in considerazione.** ELABORATI ILLEGGIBILI O CONFUSI VERRANNO IGNORATI. *La sintesi sarà particolarmente apprezzata.*