

Analisi Matematica I

Primo Esonero

A

1. Si verifichi che la funzione $f(x) = e^x + 1$ è monotona crescente (cioè se $x \geq y$ allora $f(x) \geq f(y)$).

2. Si calcoli il limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n \left\{ \left(1 + \frac{1}{n} \right)^{\frac{1}{4}} - 1 \right\}.$$

3. Si studi la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} n! 2^{-n^2}.$$

4. Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{1}{2} - e^{-x^2}.$$

Si dimostri che l'equazione $f(x) = 0$ ha almeno due soluzioni in $\mathbb{R}$.

5. Si consideri la funzione

$$f(x) = e^{\frac{1}{2}\sqrt{x}+3} \quad \text{per } x \in \mathbb{R}^+.$$

Si determini f^{-1} .

6. Sia $a = 0.\overline{123}$ dove la barra sopra 123 significa che le cifre sono ripetute indefinitivamente (cioè $a = 0.123123123\dots$). Si dimostri che $a \in \mathbb{Q}$.

Avete 3 ore di tempo. Ogni esercizio vale sei punti. La sufficienza si ottiene con un punteggio ≥ 18 . Solo le risposte chiaramente giustificate saranno prese in considerazione. ELABORATI ILLEGGIBILI O CONFUSI VERRANNO IGNORATI. La sintesi sarà particolarmente apprezzata.