Analisi Matematica I
Quarto Appello (09-09-2002)

1. Dire quale dei seguenti numeri è il maggiore
$$\log_3 9\ ;\quad 2\ ;\quad \log_2 5.$$

2. Si trovino i divisori comuni di $q = 1757$ e $p = 4819$.

3. Si consideri la funzione
$$f(x) := \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}\sin x.$$
Si verifichi che $f([0,1]) \subset [0,1]$ e che $\sup\limits_{x\in[0,1]} |f'(x)| \leq \frac{3}{4}$.
Usando tali fatti si dimostri che
$$\lim_{n\to\infty} f^n(0.5) = 0.$$

4. Si consideri la funzione
$$f(x) := \ln(|x-1| + x).$$
Se ne determini il dominio e si disegni il grafico. Si trovi il numero delle soluzioni dell'equazione $f(x) = 3$.

5. Si studi la convergenza della serie
$$\sum_{n=2}^{\infty} \ln\left(\sqrt{\frac{n^3+n}{n^3-1}}\right).$$

6. Si consideri una circonferenza di raggio 1. Tra tutti i triangoli inscritti e con un lato di lunghezza 2, si caratterizzino quelli di area massima.

Avete 3 ore di tempo. Ogni esercizio vale sei punti. La sufficienza si ottiene con un punteggio $\geq$ *18.* **Solo le risposte chiaramente giustificate saranno prese in considerazione.** ELABORATI ILLEGGIBILI O CONFUSI VERRANNO IGNORATI. *La sintesi sarà particolarmente apprezzata.*