Analisi Matematica I
Primo Appello

1. Si trovino gli $x \in \mathbb{R}$ tali che
$$|2x - 1| - x < 1.$$

2. Si disegni l'insieme $C = A \cap B$ dove $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$ e $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y \geq x\}$. Dire se il punto $(-1/2, 0)$ appartiene o non appartiene a C.

3. Si disegni il grafico della funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da
$$f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}.$$
Si trovi il numero dell soluzioni dell'equazione
$$f(x) - 1 - x = 0.$$

4. Sia ℓ_1 il segmento rettilineo che congiunge i punti $(0, 1)$ e $(x, 0)$, ed ℓ_2 quello congiungente i punti $(x, 0)$ e $(2, 1)$. Si determinino i valori di $x \in [0, 2]$ per cui la somma delle lunghezze di ℓ_1 e ℓ_2 è minima.

5. Si studi il seguente limite
$$\lim_{n \to \infty} \frac{n \sin \frac{1}{n} - 1}{n^2}.$$

6. Si scriva una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, derivabile in tutti i punti, tale che $f(x) = 0$ per tutti gli $x < 0$ e $f(x) = x$ per tutti gli $x > 1$.

Avete 3 ore di tempo. Ogni esercizio vale sei punti. La sufficienza si ottiene con un punteggio ≥ 18. **Solo le risposte chiaramente giustificate saranno prese in considerazione.** ELABORATI ILLEGGIBILI O CONFUSI VERRANNO IGNORATI. *La sintesi sarà particolarmente apprezzata.*