

Analisi Matematica

Terza Prova di Autovalutazione

1. Si determini l'insieme degli $x \in [0, \pi]$ per cui

$$1 - \cos x \leq \sin x.$$

2. Si calcoli, per ogni $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{i=1}^n i^2.$$

3. Data la successione $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ definita da: $a_1 = 3$, $a_{n+1} = a_n/2$,
si calcoli

$$\sum_{i=1}^{\infty} a_i.$$

4. Si studi la convergenza del limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 \left\{ \sqrt{1 + \frac{3}{n^2}} - \sqrt{1 - \frac{1}{n^2}} \right\}.$$

5. Si studi la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \cos \frac{1}{n} \right).$$

6. Si studi la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}.$$

Avete 3 ore di tempo. Ogni esercizio vale sei punti. La sufficienza si ottiene con un punteggio ≥ 18 . Solo le risposte chiaramente giustificate saranno prese in considerazione.