

# Geometria 1

Esempio di esame, 17-05-19

Cognome.....	Nome.....
--------------	-----------

Avete 2:00 ore di tempo. Ogni esercizio vale 6 punti. Solo le **risposte chiaramente giustificate** saranno prese in considerazione. Le parti degli elaborati scritte in maniera **disordinata** o **incomprensibile** saranno **ignorate**.

1. Si mostri che, per ogni  $n \in \mathbb{N}$ ,  $Z_n = \{z \in \mathbb{C} : z^n = 1\}$  è un gruppo moltiplicativo. Si determini inoltre il numero di elementi di  $Z_n$ .

2. Si risolva il sistema lineare

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1$$

$$x_1 + 4x_2 + 9x_3 = 1$$

$$x_1 + 8x_2 + 27x_3 = 1.$$

3. Detto  $\mathcal{M}_{3,3}(\mathbb{R})$  lo spazio vettoriale delle matrici reali tre per tre si mostri che  $V = \{A \in \mathcal{M}_{3,3}(\mathbb{R}) : \text{Tr}(A) = 0, A^T = A\}$  è uno spazio vettoriale, se ne determini la dimensione e si esibisca una base.

4. Si trovi, se esiste, la matrice inversa di

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

5. Dato il piano  $x_2 + x_3 = 0$  si trovi un cambio di coordinate  $x' = Ax$ , tale che  $A^T A = \mathbf{1}$ ,  $\det(A) = 1$ , e  $\langle e_3, Ae_1 \rangle = 0$ , in cui le equazioni del piano diventano  $x'_3 = 0$ .

# Soluzione

1.