

Fisica Matematica II

Appello 28-01-2004

1. Sia $Q := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$ e sia $u : \bar{Q} \rightarrow \mathbb{R}$ una soluzione, non identicamente nulla, di

$$\Delta u = -\lambda u$$

$$u|_{\partial Q} = 0.$$

Si dimostri che deve essere $\lambda > 0$. Si cerchi di determinare il λ minimo possibile.

2. Si risolva l'equazione

$$(1 - y^2)u_y + u_x = u$$

$$u(x, 0) = x.$$

3. Si determini la soluzione dell'equazione

$$u_{tt} = u_{xx} \quad 0 < x < 1 \quad t > 0$$

$$u(x, 0) = x \quad u_t(x, 0) = 0 \quad 0 \leq x \leq 1$$

$$u_x(0, t) = u(1, t) = 0$$

Si discuta la regolarità della soluzione trovata.

4. Si determini la soluzione del problema

$$u_{xx} + xe^{-t} = u_t \quad x \in [0, 1], \quad t > 0$$

$$u(x, 0) = \sin 2\pi x \quad x \in [0, 1]$$

$$u(t, 0) = u(t, 1) = 0 \quad t > 0.$$