

Fisica Matematica II

Appello 04-09-2003

1. Si determini una soluzione dell'equazione

$$\begin{aligned}yu_y + x^2 \ln y \, u_x &= 1 \\ u(s, e) &= s \quad s \in \mathbb{R}\end{aligned}$$

e se ne discuta dominio e unicità.

2. Si consideri l'equazione

$$\Delta u(x) = f(x) \quad x \in \mathbb{R}^3,$$

con $\sup_{x \in \mathbb{R}^3} (|x|^4 + 1) |f(x)| < \infty$. Si mostri che $u \in L^\infty(\mathbb{R}^3)$.

3. Si consideri l'equazione

$$\begin{aligned}u_{tt} - u_{xx} &= \sin \lambda t \quad x \in [0, 1] \\ u(x, 0) &= u_t(x, 0) = 0 \\ u(0, t) &= u(1, t) = 0.\end{aligned}$$

Per quali λ esiste una costante $a_\lambda > 0$ tale che $|u(x, t)| \leq a_\lambda$ per ogni $(x, t) \in [0, 1] \times \mathbb{R}$?

4. Si determini la soluzione del problema

$$\begin{aligned}u_{xx} + xe^{-t} &= u_t \quad x \in [0, 1], \, t > 0 \\ u(x, 0) &= x(1 - x) \quad x \in [0, 1] \\ u(t, 0) &= u(t, 1) = 0 \quad t > 0.\end{aligned}$$

Avete 2:30 ore di tempo. Ogni esercizio vale dieci punti. La sufficienza si ottiene con un punteggio ≥ 18 . Solo le risposte chiaramente giustificate saranno prese in considerazione.