Fisica Matematica II

Appello 17-06-2003

1. Si determini la soluzione di

$$xuu_x + u_y = 1$$
$$u(1, y) = \frac{y}{2}$$

2. Si consideri la soluzione dell'equazione

$$u_t - u_{xx} = f \quad x \in [0, \pi]$$
$$u(0, t) = u(\pi, t) = 0 \quad t > 0$$
$$u(x, 0) = h(x) \quad x \in [0, \pi].$$

   Sia $v(x) = \lim_{t\to\infty} u(x, t)$. Come dipende v da h. Si scriva una equazione differenziale di cui v è soluzione.

3. Dati due vettori $v, w \in \mathbb{R}^2$, linearmente indipendenti, si classifichino tutte le funzioni armoniche $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ tali che, per ogni $\xi \in \mathbb{R}^2$,
$$f(\xi + v) = f(\xi) = f(\xi + w).$$

4. Si risolva l'equazione

$$u_{xx} + \sin x = u_{tt} \quad x > 0,\ t > 0$$
$$u(0, t) = 0 \quad t > 0$$
$$u(x, 0) = x;\ u_t(x, 0) = 0 \quad x \geq 0$$

Avete 2 ore di tempo. Ogni esercizio vale dieci punti. La sufficienza si ottiene con un punteggio ≥ 18. Solo le risposte chiaramente giustificate saranno prese in considerazione.