

Analisi Matematica II

INGEGNERIA MEDICA

Cognome..... Nome.....

Avete 3:00 ore di tempo. Ogni esercizio vale 6 punti. Solo le **risposte chiaramente giustificate** saranno prese in considerazione. Le parti degli elaborati scritte in maniera **disordinata** o **incomprensibile** saranno **ignorate**.

1. Data la forma differenziale $\omega = (3x^2 + 6y)dx - 14yzdy + 20xz^2dz$ la si integri lungo le due curve $\gamma_i : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^3$ definite da $\gamma_1(t) = (t, t, t)$ e $\gamma_2 = (t, t^2, t^3)$. Si commenti il risultato.

2. Data la superficie $S = \{x, y, z \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = a\}$ e detto v il vettore (x, y, z) si calcoli l'integrale

$$\int_S \langle \text{rot } F, v \rangle dS.$$

3. Sia $V \subset \mathbb{R}^3$ la regione delimitata dai piani $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ e $2x + 2y + z = 4$. Sia $F(x, y, z) = (2x^2 - 3z, -2xy, -2x)$, si calcoli

$$\int_V \text{div } F \, dx dy dz$$

4. Si consideri il dominio $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z^2 + x^2 - y^2 \neq 0\}$ e la funzione $F : D \rightarrow \mathbb{R}^3$ data da $F(x, y, z) = (\frac{x}{x^2 - y^2 + z^2}, \frac{-y}{x^2 - y^2 + z^2}, \frac{z}{x^2 - y^2 + z^2})$. Dire se F ammette una funzione potenziale.

5. Sia $S \subset \mathbb{R}^3$ una superficie liscia e chiusa e sia n la normale esterna. Si calcoli

$$\int_S n \, dS.$$