ELIMINAZIONE DI GAUSS IN ESERCIZI CON PARAMETRI

Effettuando l'eliminazione di Gauss è sempre ammessa un'operazione del tipo $R_i \to R_i + \lambda \cdot R_j$, per un qualunque numero λ, purché $i \neq j$.

Ciò non toglie che λ debba essere **effettivamente** una quantità accettabile. Per esempio, se si deve effettuare l'eliminazione di Gauss in una matrice del tipo

$$\begin{vmatrix} \alpha & \dots & \dots \\ 1 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{vmatrix}$$

l'operazione $R_2 \to R_2 - \frac{1}{\alpha} R_1$ **si può effettuare solo se** $\alpha \neq 0$.

Di fronte ad un esercizio in cui compaia una matrice come sopra, ci si può comportare (almeno) in tre modi:

a) Trattare separatamente i casi $\alpha \neq 0$ e $\alpha = 0$.

Il caso $\alpha = 0$ si tratta semplicemente sostituendo 0 nella matrice di partenza (o, anche, nella matrice ottenuta prima dell'operazione $R_2 \to R_2 - \frac{1}{\alpha} R_1$, purché si sia sicuri di non avere effettuato operazioni che richiedano l'ipotesi $\alpha \neq 0$).

Il caso $\alpha \neq 0$ si tratta effettuando l'operazione $R_2 \to R_2 - \frac{1}{\alpha} R_1$, ed **osservando esplicitamente** (se possibile, prima di effettuarla) che tale operazione è ammessa poiché $\alpha \neq 0$.

b) (se possibile) Evitare di dividere per 0 usando uno scambio di righe (Naturalmente, se si sta calcolando un determinante, bisogna cambiare di segno). Oppure, se più conveniente, effettuare l'eliminazione di Gauss per colonne, anziché per righe (naturalmente, questo non sempre è lecito: per esempio, è lecito se si deve calcolare il rango di una matrice, ma non è lecito se si devono trovare le soluzione di un sistema).

c) Usare, se possibile (e se lo ritenete preferibile), un metodo per risolvere l'esercizio che non comporti l'uso dell'eliminazione di Gauss. Ad esempio, se si deve calcolare un determinante, usare lo sviluppo di Laplace (oppure, ciò che di solito è preferibile, eseguire operazioni su righe e colonne che non comportino divisioni per zero).

Tutto questo l'avevo detto chiaramente a lezione!

N. B.: Un discorso analogo vale per l'operazione $R_i \to \lambda \cdot R_i + \mu \cdot R_j$, sempre con $i \neq j$. Questa operazione è ammessa **per qualunque** μ, ma **solo se** $\lambda \neq 0$ (notare che, con questa operazione, il determinante di una matrice quadrata viene moltiplicato per λ).

Se λ può essere 0, allora bisogna procedere come sopra.

In futuro aggiungerò esempi, se trovo il tempo.