

Facoltà di Scienze

Appello 1-02-2008-B

COGNOME

NOME

CORSO DI LAUREA

0.

1.

2.

Esercizio 0.

Discutere e risolvere **almeno** 3 dei seguenti esercizi. Giustificare sempre le risposte, fornendo una dimostrazione nel caso l'affermazione sia vera o un controesempio nel caso sia falsa.

- 1) Trovare due basi diverse per i vettori di \mathbb{R}^4 le cui prime componenti sono uguali.
- 2) Dire se l'insieme U é un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^3 dove $U = \begin{cases} -x_1 - x_2 - x_3 = 1 \\ x_1 = 0 \end{cases}$
e cosa rappresenta geometricamente.
- 3) Dire quali delle seguenti affermazioni e' vera o falsa.
 - Tre vettori in \mathbb{R}^3 generano \mathbb{R}^3 .
 - Sia $A = \{w_1, w_2, w_3\}$ un insieme di vettori linearmente indipendente di \mathbb{R}^3 allora w_3 e' una combinazione lineare di $\{w_1, w_2\}$
 - 4 vettori in \mathbb{R}^3 sono linearmente indipendenti.
 - Un sistema lineare non omogeneo di 3 equazioni in 3 incognite e' compatibile
 - Il sistema $A\bar{x} = \bar{1}$ con A una matrice 2×2 a coefficienti reali ha 2 soluzioni.
- 4) Dire se é lineare l'applicazione $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definita da

$$f(x, y, z) = (2x + 5y + 3z, 0)$$

Dire se é lineare l'applicazione $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definita da

$$f(x, y, z) = (x + 3z, zx)$$

Esercizio 1. Nello spazio euclideo tridimensionale si fissi un riferimento cartesiano rispetto al quale le coordinate sono x_1, x_2, x_3 e sia dato il sottospazio : $U = \{(x_1, x_2, x_3) : -x_1 + x_3 = 0\}$.

1. Determinare una base di \mathbb{R}^3 i cui primi due vettori appartengono ad U .
2. Si determini un'equazione cartesiana per il piano π_1 passante per il punto $A \equiv (0, 2, 1)$, parallelo al piano $\pi : -x_1 + x_3 = 0$.
3. Determinare equazioni cartesiane del piano π_2 passante per il punto $P = (3, -1, 2)$ e parallelo alla retta di equazione cartesiana

$$\begin{cases} 3x_1 - x_3 = -1 \\ x_1 + x_2 = 3 \end{cases}$$

e perpendicolare al piano α di equazione $4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 1$

4. Scrivere l'equazione cartesiana di unaqualsiasi retta che sia sghemba alla retta s di equazioni cartesiane

$$\begin{cases} -x_1 + x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$$

5. Si determini un'equazione cartesiana per la retta r passante per i punti $B \equiv (1, 0, 1)$, $C \equiv (0, 1, 0)$. Si studi infine la posizione reciproca di r e π .

Esercizio 2. Discutere e risolvere, al variare del parametro k in \mathbf{R} , il seguente sistema

$$\begin{cases} x + y - k^2z = 2 \\ x + (2 - k^2)y + (1 - k^2)z = 3 \\ k^2z = k^2 \end{cases}$$