Facoltà di Scienze

Appello 1-02-2008-A

COGNOME

NOME

CORSO DI LAUREA

0. _____

1. _____

2. _____

Esercizio 0.

Discutere e risolvere **almeno** 3 dei seguenti esercizi. Giustificare sempre le risposte, fornendo una dimostrazione nel caso l'affermazione sia vera o un controesempio nel caso sia falsa.

- 1) Dire se l'insieme U é un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^3$ dove $U = \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_2 = 0 \end{cases}$ e cosa rappresenta geometricamente.

- 2) Trovare due basi diverse per i vettori di $\mathbb{R}^3$ le cui prime componenti sono uguali.

- 3) Dire se é lineare l'applicazione $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definita da

$$f(x, y, z) = (3x + z, zx)$$

Dire se é lineare l'applicazione $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definita da

$$f(x, y, z) = (3x + 5y + 2z, 0)$$

- 4) Dire quali delle seguenti affermazioni e' vera o falsa.

- Tre vettori in $\mathbb{R}^3$ generano $\mathbb{R}^3$.
- Sia $A = \{w_1, w_2, w_3\}$ un insieme di vettori linearmente indipendente di $\mathbb{R}^3$ allora w_2 e' una combinazione lineare di $\{w_1, w_3\}$
- 5 vettori in $\mathbb{R}^4$ sono linearmente indipendenti.
- Un sistema lineare non omogeneo di 3 equazioni in 3 incognite e' compatibile
- Il sistema $A\bar{x} = \bar{1}$ con A una matrice 2×2 a coefficienti reali ha 2 soluzioni.

Esercizio 1. Nello spazio euclideo tridimensionale si fissi un riferimento cartesiano rispetto al quale le coordinate sono x_1, x_2, x_3 e sia dato il sottospazio : $U = \{(x_1, x_2, x_3) : x_1 - x_3 = 0\}$.

1. Determinare una base di $\mathbb{R}^3$ i cui primi due vettori appartengono ad U .
2. Si determini un'equazione cartesiana per il piano π_1 passante per il punto $A \equiv (1, 2, 0)$, parallelo al piano $\pi : x_1 - x_3 = 0$.
3. Determinare equazioni cartesiane del piano π_2 passante per il punto $P = (2, -1, 3)$ e parallelo alla retta di equazione cartesiana

$$\begin{cases} x_1 - 3x_3 = 1 \\ x_2 + x_3 = 3 \end{cases}$$

e perpendicolare al piano α di equazione $2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 1$

4. Scrivere l'equazione cartesiana di unaqualsiasi retta che sia sghemba alla retta s di equazioni cartesiane

$$\begin{cases} x_1 - x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$$

5. Si determini un'equazione cartesiana per la retta r passante per i punti $B \equiv (1, 0, 1)$, $C \equiv (0, 1, 0)$. Si studi infine la posizione reciproca di r e π .

Esercizio 2. Discutere e risolvere, al variare del parametro k in $\mathbf{R}$, il seguente sistema

$$\begin{cases} -x - y + k^2z = -2 \\ -x + (k^2 - 2)y + (k^2 - 1)z = -3 \\ k^2z = k^2 \end{cases}$$