

ESAME DI GEOMETRIA I
TRAPANI 10 - 9 - 2007

- (1) Discutere e risolvere, al variare del parametro α in \mathbf{R} , il seguente sistema, prima col metodo dell'eliminazione di Gauss, poi con il solo uso dei determinanti.

$$\begin{cases} x + y + (\alpha - 2)z = 1 \\ x + \alpha y + (\alpha - 1)z = 2 \\ (\alpha - 2)z = \alpha - 2 \end{cases}$$

- (2) In \mathbf{R}^3 , si considerino le rette r_1 di equazione

$$\begin{cases} x + y = -1 \\ x + z = -1 \end{cases}$$

ed r_2 di equazione

$$\begin{cases} x + y - z = 5 \\ x = 1 \end{cases}$$

- (a) Verificare che r_1 ed r_2 sono sghembe.
(b) Determinare equazioni per una retta r_3 che passa per il punto $P(2, 2, 2)$, che sia complanare con r_1 e che sia complanare r_2 .
(c) Esiste una retta che passi per il punto $P(2, 2, 2)$ e che sia incidente sia con r_1 che con r_2 ?

- (3) (a) Estendere, se possibile, i vettori

$$\bar{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \bar{v}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \bar{v}_3 = \begin{pmatrix} 8 \\ 5 \\ 15 \\ 1 \end{pmatrix} .$$

ad una base di \mathbf{R}^4 . (L'esercizio chiede di determinare, se possibile, una base di \mathbf{R}^4 che contenga, fra i suoi vettori, \bar{v}_1 , \bar{v}_2 e \bar{v}_3)

- (b) Estendere, se possibile, i vettori

$$\bar{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \bar{v}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \bar{v}_3 = \begin{pmatrix} 8 \\ 5 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} .$$

ad una base di \mathbf{R}^4 .