

Geometria I - primo appello sessione I - 1 Febbraio 2006

C.L. Fisica/Fisica dell'Atmosfera, A.A. 2005/06

Prof. F. Bracci

Fila B

1) In \mathbb{R}^3 sia fissato un sistema di riferimento con coordinate (x, y, z) . Sia \mathcal{Q} la quadrica di equazione

$$x^2 - y^2 + z^2 + 6x = 0.$$

a) Classificare \mathcal{Q} in modo metrico.

b) Sia \mathcal{F} la famiglia di piani in \mathbb{R}^3 contenenti la retta di equazione $y = z = 0$. Determinare l'equazione cartesiana del generico elemento $\pi \in \mathcal{F}$ (in funzione di opportuni parametri che variano al variare di $\pi \in \mathcal{F}$).

c) In funzione dei parametri ottenuti al punto b), al variare di $\pi \in \mathcal{F}$, classificare in modo metrico la conica di π ottenuta come intersezione di π con \mathcal{Q} .

2) Sia fissato un riferimento cartesiano ortonormale in \mathbb{R}^2 . Sia T il luogo geometrico dei punti che distano 2 dal punto $(2, 3)$.

a) Trovare una parametrizzazione regolare per T .

b) Data la retta s di equazione $x + y = 3$, determinare la curvatura di T nei punti di intersezione di T con s .

3) Discutere il seguente sistema al variare dei parametri $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$:

$$\begin{cases} x + 2\lambda y + z & = 3\mu x \\ y + 2\lambda z & = 3\mu y \\ z & = 3\mu z \end{cases}$$