

1) Si determinino le soluzioni del sistema seguente al variare del parametro reale a .

$$x + ay = 0$$

$$2x + (a - 1)y + 2z = 0$$

$$a^2y - z = 0$$

2) Al variare dei parametri a e b tra i numeri reali, si considerino i seguenti vettori-riga:

$$v_1 := (-1, 1, 0, 0) \quad v_2 := (1, 0, 1, 2)$$

$$v_3 := (a - 1, a + 2, a + 3, 5a) \quad v_4 := (b + 1, -2b, -b + 1, -2b + 2).$$

Motivando la risposta, si dica per quali valori di a e b si ha che

(a) I quattro vettori generano \mathbf{R}^4 .

(b) v_4 è comb. lineare di v_1, v_2, v_3 , e si diano coefficienti opportuni.

(c) v_3 è comb. lineare di v_1, v_2, v_4 , e si diano coefficienti opportuni

(d) I quattro vettori formano una base di \mathbf{R}^4

3)a) Dire se la seguente matrice ammette inversa e, in caso affermativo, calcolarne l'inversa.

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 4 & 3 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

b) Determinare, al variare del parametro reale a il rango della seguente matrice:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ -1 & -2 & a^2 & a^2 - a - 3 \\ 2 & 6 & -1 & 7 \end{pmatrix}$$