1) Si determinino le soluzioni del sistema seguente al variare dei parametri real a, b .

$$x + y + z = 1$$

$$a^2x + y + z = b^2 + 1$$

$$a^2x + y + az = b + 1$$

2) Al variare del parametro a tra i numeri reali, si considerino i seguenti vettori–riga:

$$v_1 := (1, 1, -1, -1, 2) \quad v_2 := (2, 1, 3, 1, 4)$$

$$v_3 := (1 - a, -a, a + 4, a + 2, -a + 4)$$

Motivando la risposta, si dica per quali valori di a si ha che

- (a) I tre vettori sono linearmente dipendenti. In caso affermativo, si esprima 0 come combinazione lineare non banale, dando gli opportuni coefficienti.
- (b) I tre vettori generano $L(v_1, v_2, v_3)$.
- (c) Determinare, al variare di a , la dimensione di $L(v_1, v_2, v_3)$.
- (d) Quando possibile, estrarre dall'insieme $\{v_1, v_2, v_3\}$ una base per $L(v_1, v_2, v_3)$.

3)a) Dire se la seguente matrice ammette inversa e, in caso affermativo, calcolarne l'inversa.

$$\begin{pmatrix} 6 & 4 & 4 \\ 4 & 3 & 3 \\ -2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

b) Determinare, al variare del parametro reale a il rango della seguente matrice:

$$\begin{pmatrix} -1 & -2 & 4a^2 & 4a^2 - 2a - 3 \\ 1 & 2 & -1 & 3 \\ 1 & 4 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$