

Università di Roma Tor Vergata
Ingegneria Gestionale, Meccanica ed Energetica - Geometria
TUTORATO 5 - 2 Maggio 2024

1. (Rango) Calcolare il *rango* delle seguenti matrici:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 1 \\ -1 & -1 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & 0 \\ -3 & -6 & 6 & 2 \\ 0 & 3 & 0 & -1 \end{bmatrix},$$

2. Risolvere i seguenti sistemi lineari in due variabili

$$a) \begin{cases} x - 2y = 1 \\ 3x + 2y = 7 \end{cases} \quad b) \begin{cases} x + 2y = 4 \\ -2x - 4y = 1 \end{cases}$$

3. Risolvere i seguenti sistemi lineari in tre variabili

$$a) \begin{cases} 2x + 3y + z = 4 \\ x - z = 1 \\ -x + 3y + 4z = 2 \end{cases} \quad b) \begin{cases} x + y + 2z = 1 \\ x + 2y + 4z = 2 \end{cases} \quad c) \begin{cases} x - 2y + 3z = -1 \\ x - 2y + z = 0 \\ -2x + 4y - 2z = 0 \end{cases}$$

4. Risolvere i seguenti sistemi lineari in quattro variabili

$$a) \begin{cases} x + 2y + w = 0 \\ 2x + 5y + 4z + 4w = 0 \\ 3x + 5y - 6z + 4w = 0 \end{cases} \quad b) \begin{cases} x + y + 4w = 0 \\ y + 2z + 2w = 0 \\ -x + z - 2w = 1 \end{cases} \quad c) \begin{cases} x + 3y + z + 2w = 1 \\ 3x + 2y + z + w = -1 \\ 4x + 3y + 2z + 4w = 2 \\ 5x + 4z + 3w = 1 \end{cases} \quad d) \begin{cases} x + 3y + 2w = 1 \\ 2x + z = 1 \end{cases}$$

5. (Estrazione base con Gauss) Fornire una base e la dimensione di

$$U = \text{span}\left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \right\}$$

6. (Estrazione base dei polinomi) Dati i seguenti polinomi di $\mathbb{P}_3[X]$:

$$p_1(x) = 3, \quad p_2(x) = 2 + x^3, \quad p_3(x) = x - x^2 - 4x^3, \quad p_4(x) = x^2 - x^3, \quad p_5(x) = x + 2x^2.$$

Fornire una base e la dimensione di $U = \text{span}\{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5\}$.