Università di Roma Tor Vergata

Ingegneria Gestionale, Meccanica ed Energetica - Geometria

TUTORATO 3 - 4 Aprile 2024

1. Determinare quali dei seguenti insiemi e sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^3$:
   (a) $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \text{ tali che } x^2 + y^2 = 1\}$
   (b) $B = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \text{ tali che } x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$
   (c) $C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \text{ tali che } z = 1\}$
   (d) $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \text{ tali che } xyz = 0\}$
   (e) $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \text{ tali che } 2x + y - z = 0\}$
   (f) $F = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \text{ tali che } x - y - 2z = 0,\ y + z = 0\}$
2. Siano v_1, v_2 due vettori linearmente indipendenti in V spazio vettoriale e sia $w = 3v_1 - v_2$.
   (a) Dire se $\{v_1, v_2, w\}$ è un sistema di vettori linearmente indipendenti. Spiegare il perché.
   (b) Dire se $\{v_1, v_2, w\}$ è un sistema di generatori di $W = span\{v_1, v_2, w\}$. Dire se è una base.
   (c) Dire se $\{v_1, v_2\}$ è un sistema di generatori di $W = span\{v_1, v_2, w\}$. Dire se è una base.
   (d) Qual'è la dimensione di $W = span\{v_1, v_2, w\}$?
3. Siano $v_1 = (1, 1)$ e $v_2 = (2, 0)$ vettori di $\mathbb{R}^2$. Fornire una base e la dimensione di
   (a) $V_1 = span\{v_1\}$
   (b) $V_2 = span\{v_2\}$
   (c) $W = span\{v_1, v_2\}$
4. Siano $v_1 = (0, 1, 1)$, $v_2 = (1, 1, 4)$ e $v_3 = (1, 0, 3)$ vettori di $\mathbb{R}^3$. Fornire una base e la dimensione di
   (a) $V_{12} = span\{v_1, v_2\}$
   (b) $V_{13} = span\{v_1, v_3\}$
   (c) $V_{23} = span\{v_2, v_3\}$
   (d) $W = span\{v_1, v_2, v_3\}$
5. Siano $v_1 = (2, 4, -4, 0)$, $v_2 = (2, 3, -1, 1)$, $v_3 = (0, -1, 3, 1)$ e $v_4 = (0, 1, 1, 0)$ vettori di $\mathbb{R}^4$
   (a) Dire se $\{v_1, v_2\}$ è una base di $\mathbb{R}^4$.
   (b) Dire se $\{v_1, v_2, v_3\}$ è una base di $\mathbb{R}^4$.
   (c) Dire se $\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ è una base di $\mathbb{R}^4$.