Università di Roma Tor Vergata

Ingegneria Gestionale, Meccanica ed Energetica - Geometria

TUTORATO 2 - 28 Marzo 2024

1. Determinare quali dei seguenti insiemi è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^2$:
   (a) $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \text{ tali che } x = 1\}$
   (b) $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \text{ tali che } y = 0\}$
   (c) $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \text{ tali che } xy = 0\}$
   (d) $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \text{ tali che } x = y\}$
   (e) $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \text{ tali che } x^2 + y^2 = 1\}$

2. Determinare quali dei seguenti insiemi e sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^3$:
   (a) $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \text{ tali che } x = 0, z = 2\}$
   (b) $B = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \text{ tali che } xyz = 0\}$
   (c) $C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \text{ tali che } x = y, x = z\}$
   (d) $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \text{ tali che } x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$
   (e) $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \text{ tali che } < u, (x, y, z) >= 0, \text{ dove } u = (1, 2, 1)\}$

3. Scrivere un $w \in \mathbb{R}^2$ linearmente indipendente da $v = (-1, 5)$. Scriverne uno linearmente dipendente.

4. Stabilire se i vettori $v_1 = (1, 0, 7)$ e $v_2 = (1, 3, 4)$ sono linearmente indipendenti.

5. Stabilire se i vettori $v_1 = (2, 1, 1), v_2 = (-1, 1, 2), v_3 = (3, 0, -1)$, di $\mathbb{R}^3$ sono linearmente indipendenti.

6. Determinare una base e la dimensione di $V = span\{v_1, v_2, v_3\}$, il sottospazio di $\mathbb{R}^3$ generato da $v_1 = (1, -3, -1)$, $v_2 = (2, -1, -1)$, $v_3 = (3, -4, -2)$.

7. Determinare una base e la dimensione dei seguenti sottospazi di $\mathbb{R}^3$:
   (a) $W_1 = span\{(1, 2, 5), (0, 0, 0)\}$
   (b) $W_2 = span\{(1, 2, 5), (-3, -6, -15)\}$
   (c) $W_3 = span\{(1, 2, 5), (-3, -6, -15), (2, 1, 0)\}$
   (d) $W_4 = span\{(-1, 2, 0), (0, 1, -1), (1, -1, 2)\}$

E1 Determinare l'equazione parametrica e cartesiana

   (a) della retta r passante per $P = (1, -1, 0)$ e parallela a $u = (1, 0, 4)$.
   (b) della retta di equazione

$$s : \begin{cases} x + 2y = 1 \\ 3x - z = 0 \end{cases}$$