

Università di Roma Tor Vergata  
Ingegneria Gestionale, Meccanica ed Energetica - Geometria  
TUTORATO 1 - 14 Marzo 2024

1. Siano  $v_1 = (-1, 0)$ ,  $v_2 = (1, -2)$  e  $v_3 = (0, 3)$  vettori in  $\mathbb{R}^2$ .
  - (a) Calcolare  $v_1 - v_2$ ,  $3v_1 + v_3$ ,  $v_1 - v_2 + v_3$
  - (b) Calcolare il prodotto scalare  $\langle v_i, v_j \rangle$  per  $i, j = 1, 2, 3$ . Dire quali di questi vettori sono ortogonali.
  - (c) Calcolare l'angolo tra  $v_1$  e  $v_2$ .
2. Siano  $u = (1, 2, 1)$ ,  $v = (1, 2, -1)$  vettori in  $\mathbb{R}^3$ 
  - (a) Calcolare le norme  $\|u\|$ ,  $\|v\|$  e  $\|u + v\|$ . Verificare la *disuguaglianza triangolare*.
  - (b) Calcolare la *proiezione ortogonale* di  $u$  su  $v$ .
  - (c) Calcolare l'angolo tra  $u$  e  $v$ .
3. Si considerino  $v_1 = (0, -2, 1, 1)$ ,  $v_2 = (1, 0, 0, 1)$  vettori di  $\mathbb{R}^4$ .
  - (a) Calcolare  $\langle v_1, v_2 \rangle$ ,  $\|v_1\|$  e  $\|v_2\|$ .
  - (b) Determinare la *proiezione ortogonale* di  $v_1$  su  $v_2$
  - (c) Determinare l'angolo tra  $v_1$  e  $v_2$
4. Trovare tutti i vettori di  $\mathbb{R}^3$  ortogonali ad  $u = (4, 2, -2)$ . Di che luogo geometrico si tratta?
5. Trovare tutti i vettori di  $\mathbb{R}^3$  ortogonali a  $v_1 = (1, 1, 1)$  e  $v_2 = (1, -3, 2)$ . Che luogo geometrico è?
6. Siano  $v_1 = (0, 2)$  e  $v_2 = (-1, 3)$  vettori in  $\mathbb{R}^2$ .
  - (a) Scrivere in forma parametrica la retta  $r$  parallela a  $v_1$  e passante per il punto  $P = (0, 5)$ .
  - (b) Scrivere in forma parametrica la retta  $s$  parallela a  $v_2$  e passante per il punto  $Q = (-1, 0)$ .
  - (c) Dire se le rette  $r$  e  $s$  sono parallele o incidenti. Dire se sono ortogonali.
7. Sia  $u = (-3, 4)$  un vettore di  $\mathbb{R}^2$ .
  - (a) Trovare un vettore  $w$  di norma 1 ortogonale ad  $u$ .
  - (b) Scrivere l'equazione parametrica della retta parallela ad  $w$  e passante per  $P_0 = (1, 0)$ .
8. Siano  $v_1 = (1, 0, -2)$ ,  $v_2 = (3, 1, 0)$ ,  $v_3 = (3, 0, -6)$  due vettori di  $\mathbb{R}^3$ 
  - (a) Scrivere l'equazione parametrica delle rette  $r_1$ ,  $r_2$  e  $r_3$  parallele, rispettivamente, a  $v_1$ ,  $v_2$  e  $v_3$ , e passanti per  $P = (1, 0, 1)$ .
  - (b) Qual'è l'angolo tra le rette  $r_1$  e  $r_2$ ? E quello tra  $r_1$  e  $r_3$ ?