

CORSO DI STUDI IN FISICA – CALCOLO 2 (14/1/2025)

*Risposte non giustificate non verranno considerate. Consegnare solo la “bella copia”.  
Scrivere anche sul retro del foglio.*

<b>Cognome:</b>	1	
	2	
<b>Nome:</b>	3	
	4	
<b>Matricola:</b>	5	
	TOTALE	

Versione A
------------

**Esercizio A1.** [punti 6] Data la seguente funzione

$$f(x, y) = \log(1 + y^2) + x^2 - \frac{y^2}{2}$$

- (a) determinarne i punti stazionari e la loro natura,
- (b) determinare massimo e minimo di  $f$  in  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$ .

**Svolgimento:**

**Esercizio A2.** [punti 6] Calcolare il seguente integrale doppio improprio

$$\iint_D \frac{|y|}{\sqrt{x}} dx dy,$$

dove  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1, x \geq |y|\}$ .

**Svolgimento:**

**Esercizio A3.** [punti 6] Siano

$$T = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq z \leq 4\},$$

e  $S$  la superficie laterale di  $T$ , orientata nel verso della normale esterna al solido  $T$ .

(a) Disegnare  $S$ .

(b) Calcolare il flusso del campo vettoriale

$$\vec{F}(x, y, z) = 2x^2ye^{y^2} \vec{i} - 2xe^{y^2} \vec{j} + \sqrt{5 - x^2 - y^2} \vec{k}$$

attraverso la superficie  $S^+$ .

**Svolgimento:**

**Esercizio A4.** [punti 6] Sia data la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^{1/3}} \left( \frac{2-x}{x} \right)^n, \quad x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}.$$

- (a) Determinare gli insiemi di convergenza puntuale (o semplice) e assoluta.  
(b) Determinare il generico intervallo di convergenza uniforme della serie.

**Svolgimento:**

**Esercizio A5.** [punti 6] Sia data l'equazione differenziale

$$u'' = -\frac{(u')^2}{u}.$$

- (a) Determinarne i punti di equilibrio, e tracciarne il diagramma di fase.  
(b) Determinare la soluzione che soddisfa le condizioni iniziali  $u(0) = 1$ ,  $u'(0) = 2$ .

**Svolgimento:**