COGNOME .... NOME .... MATRICOLA ....

Risolvere gli esercizi negli spazi predisposti. È *necessario* accompagnare le risposte con spiegazioni *chiare e sintetiche*. Consegnare SOLO QUESTO FOGLIO.

Esercizio 1. Nello spazio euclideo $\mathbb{E}^4$ si consideri l'insieme di vettori $\{v_1, v_2\}$, dove $v_1 = (0, 1, -1, 0)$ e $v_2 = (0, 0, 1, 1)$.

(i) Lo si completi ad una base $\mathcal{B}$ di $\mathbb{E}^4$.

(ii) Si ortonormalizzi tale base.

(iii) Si trovino equazioni cartesiane del sottospazio vettoriale $\mathrm{Span}\{v_1, v_2\}$ e del suo supplementare ortogonale.

Esercizio 2. Si discuta la compatibilità del sistema lineare $\begin{cases} 2x - 2ty + tz = 1 \\ x - ty = 0 \\ -x + (t+3)y - z = 1 \end{cases}$ nei due distinti casi $t = 0$ e $t = 1$. Ove compatibile, si determinino equazioni parametriche dello spazio delle soluzioni.

Esercizio 3. Nello spazio euclideo $\mathbb{E}^3$ sia π il piano contenente la retta r di equazioni cartesiane $x + y + z = 1,\ 2x - y + 2z = 5$ e il punto di coordinate $A = (1, 0, 1)$.

(i) Determinare equazioni parametriche e cartesiane del piano π.

(ii) Determinare equazioni parametriche e cartesiane del piano σ per $B = (4, 0, 0)$ e ortogonale ad r.

(iii) Determinare la distanza di A da σ.

Esercizio 4. Si scelga un'isometria $F : \mathbb{E}^3 \to \mathbb{E}^3$ tale che $F(1, 0, 1) = (0, 1, -1)$ e $F(0, 1, 0) = (1, 0, 0)$. Si determini la matrice che rappresenta F rispetto alla base canonica.

Esercizio 5. Sia $L : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ l'endomorfismo tale che $F(1,1,0) = (1,0,2)$, $F(1,0,2) = (0,0,1)$ e $F(0,0,1) = (1,1,0)$.

(i) Si determinino la matrici che rappresentano F e F^7 rispetto alla base $\mathcal{B} := \{(1,1,0),\ (1,0,2),\ (0,0,1)\}$.

(ii) Si determini la matrice che rappresenta F rispetto alla base canonica.

(iii) Stabilire se L è diagonalizzabile. In caso affermativo determinarne una base diagonalizzante, altrimenti determinare una base di ogni autospazio di L.

Esercizio 6. Nello spazio euclideo $\mathbb{E}^2$ si consideri la parabola $\mathcal{C}$ di fuoco $F = (1,\ 7)$ e direttrice di equazione $3x - 4y = 0$.

(i) Determinare un'equazione di $\mathcal{C}$.

(ii) Determinare un'equazione della forma canonica $\mathcal{C}'$ di $\mathcal{C}$.

(iii) Determinare un isometria che trasforma $\mathcal{C}$ in $\mathcal{C}'$.