1. Stabilire se esistono finiti i seguenti limiti

$$\lim_{z\to 0}\frac{3z+5}{6z+1} \qquad \lim_{z\to\infty}\frac{iz+2}{4iz+6-i}, \qquad \lim_{z\to 0}\frac{z^2+1}{z}, \qquad \lim_{z\to 0}\frac{\bar{z}^2}{z^2}.$$

2. Esercizi 1-10 a pag. 77 delle note di Claudio Rea. Molti di questi sono apparsi a lezione.

3. Sia $f\colon\Omega\to\mathbb{C}$ una funzione olomorfa su un aperto connesso $\Omega\subset\mathbb{C}$:
   (a) se $f'(z)\equiv 0$, allora f è costante.
   (b) se $|f(z)|^2$ è costante, allora f è costante.
   (c) se $\arg(f(z))$ è costante, allora f è costante.

4. Sia f una funzione olomorfa su un aperto $\Omega\subset\mathbb{C}$. Verificare che la funzione $g(z) := \overline{f(\bar{z})}$ è olomorfa su $\overline{\Omega} = \{\bar{z} \ : z\in\Omega\}$.

5. Determinare tutti i punti dove le seguenti funzioni soddisfano le equazioni di Cauchy-Riemann:

$$f(z)=\bar{z}^2, \quad f(z)=x, \quad f(x,y)=x^2-y^2+i2xy, \quad f(x,y)=(x^2y-y^2x)+i2xy.$$

6. Sia $f(z)=u(z)+iv(z)$ una funzione derivabile in senso complesso (quindi olomorfa). Dimostrare che u e v sono armoniche, cioè soddisfano $u_{xx}+u_{yy}=v_{xx}+v_{yy}=0$.

7. Costruire una determinazione continua del logaritmo su $\mathbb{C}\setminus\{z \mid \operatorname{Im} z\le 0, \ \operatorname{Re} z = 0\}$

8. Calcolare $\log 3i$, $\log(-4)$, $\log(e+i)$, $\operatorname{Log}(\operatorname{Log}(i))$.

9. Determinare gli zeri di $\sin z$ e calcolare $|\sin z|^2$. Ritrovare quindi gli zeri di $\sin z$ come zeri di $|\sin z|^2$.

10.
   (a) Determinare $(\sinh z)'$ e $(\cosh z)'$.
   (b) Verificare che $\cosh^2 z - \sinh^2 z = 1$.
   (c) Sia $\tanh z := \sinh z/\cosh z$, dove $\cosh z\neq 0$. Calcolare la sua derivata.

11. Calcolare i valori delle seguenti funzioni:
   (a) $\sin(-1+i)$, $\cos(\pi/2-i)$.
   (b) $4\sinh(i\pi/3)$, $\cosh((2k+1)i\pi/2)$.

12. Sapendo che $\cos z = 2$, calcolare $\cos 2z$ e $\cos 3z$.

13. Risolvere le seguenti equazioni in $\mathbb{C}$:

$$e^{3z}=1, \quad e^{4z}=i, \quad \sin z = 2, \quad \cos z = i.$$