1. Mostrare che per ogni $\theta \in \mathbf{R}$ si ha
$$\cos 3\theta = \cos^3\theta - 3\cos\theta\sin^2\theta\,.$$

2. Dato $\lambda \in \mathbf{C}$ e $n \geq 2$, determinare un polinomio reale di grado $n$ che ammetta $\lambda$ come radice.

3. Sia $f_j : \Omega \to \mathbf{C}$ una successione di funzioni a valori complessi su un dominio di $\mathbf{C}$. Mostrare che $\{f_j\}$ converge localmente uniformemente se e solo se converge uniformemente sui compatti di $\Omega$ (visto a lezione).

4. Sia $\sum_{j=1}^{\infty} f_j(z)$ una serie di funzioni a valori complessi su un dominio $\Omega$ di $\mathbf{C}$. Mostrare che se converge assolutamente (localmente) uniformemente allora la serie converge (localmente) uniformemente.

5. Mostrare che sia l'esponenziale che le funzioni trigonometriche che quelle iperboliche convergono uniformemente su tutti i compatti del piano complesso.

6. Mostrare che la serie geometrica $\sum_{j=0}^{\infty} z^j$ converge assolutamente localmente uniformemente sul disco unitario $\Delta$.

7. Determinare disco di convergenza e somma della serie $1 + z + z^2 + z^4 + z^6 + z^8 + \ldots$.

8. Alcune variazioni sul tema dell'esercizio 6: determinare dominio di convergenza e somma delle serie
$$\sum_{n\geq 0} \frac{(z+i)^n}{(1+i)^{n+1}}, \qquad \sum_{n\geq 0} \left(\frac{z-1}{z+1}\right)^n, \qquad \sum_{n\geq 0} \left(\frac{z}{1+z}\right)^n.$$

9. Determinare il raggio di convergenza delle serie
$$\sum_{n\geq 0} n!z^n \qquad \sum_{n\geq 0} \frac{z^n}{n!} \qquad \sum_{n\geq 0} n!z^{n!} \qquad \sum_{n\geq 0} z^{n!} \qquad \sum_{n\geq 0} n^n z^{n^2} \qquad \sum_{n\geq 0} z^{n^n}.$$

10. Sia $\sum_n a_n z^n$ una serie con raggio di convergenza R, calcolare il raggio di convergenza delle serie
$$\sum_n a_n^2 z^n \qquad \sum_n a_n z^{2n} \qquad \sum_n a_n^2 z^{2n}.$$