

Esercitazione  
21 maggio 2023

NP-completezza

# problema 1

Esercizio svolto #1 (pag. 500)

(Suspicious Coalition Problem)

# problema 2

Esercizio svolto #2 (pag. 502)

(Lecture Planning Problem)

# problema 3

una esercitazione fa:

- un insieme  $R$  di  $n$  risorse
- un insieme  $A$  di  $m$  attività da svolgere
- risorsa  $i$ 
  - è disponibile per  $b_i$  unità
  - può essere assegnata solo al sottoinsieme  $A_i \subseteq A$  delle attività (vincoli di compatibilità)
- attività  $j$  richiede almeno  $r_j$  risorse in totale per essere svolta

**goal:** capire se si possono assegnare le risorse in modo da svolgere tutte le attività

## Esempi:

**risorse=** dipendenti

**attività=** progetti dell'azienda

**compatibilità=** specifica a che tipo di progetti può lavorare un certo dipendente

**risorse=** sangue disponibile (di diverso tipo)

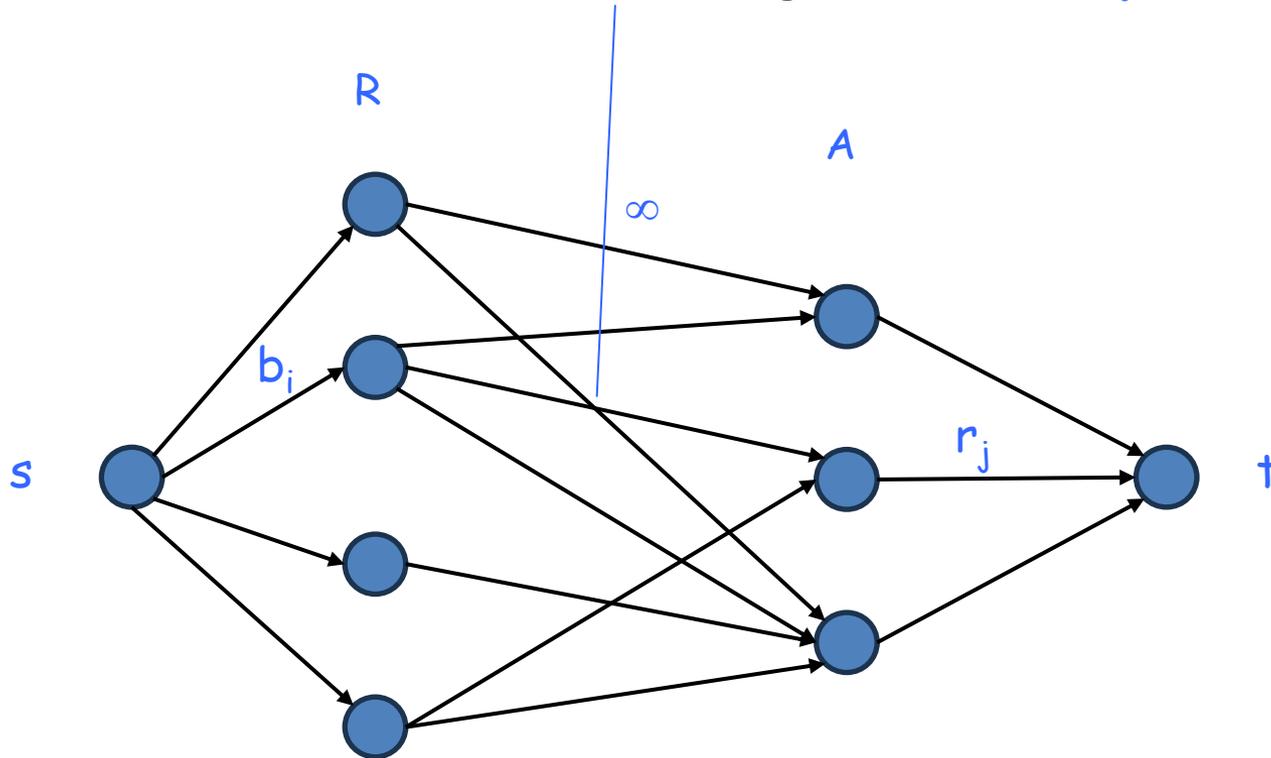
**attività=** richieste di trasfusione/operazioni

**compatibilità=** specifica quale tipo di sangue può essere usato per una specifica trasfusione/operazione

grafo ausiliario  $G'$

una esercitazione fa:

c'è arco se risorsa  $i$  può  
essere assegnata all'attività  $j$

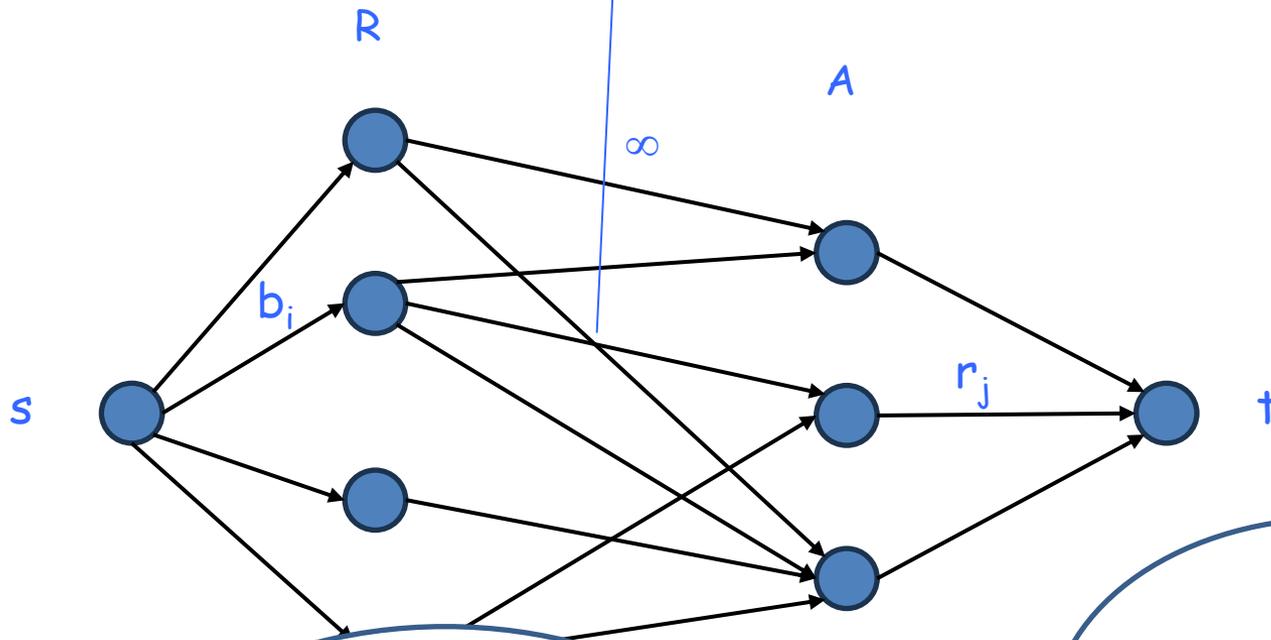


**Claim:**  
è possibile trovare un assegnamento e svolgere tutte le attività se e soltanto se il flusso massimo in  $G'$  è uguale a  $\sum_j r_j$

grafo ausiliario  $G'$

una esercitazione fa:

c'è arco se risorsa  $i$  può essere assegnata all'attività  $j$



**Claim:**

è possibile trovare una soluzione se e solo se



professore, se voglio massimizzare il numero di attività svolte è uguale? Posso sempre usare il flusso e risolvere il problema in tempo polinomiale?

mmmm... mi sa che il problema diventa NP-completo

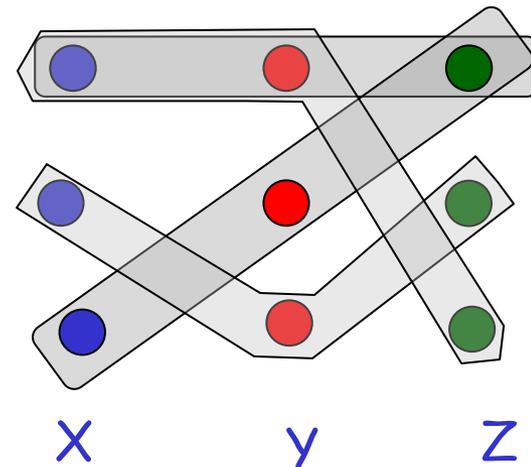
...e tutte le attività se sono



## Riduzione da: 3D-matching

### 3-dimensional matching

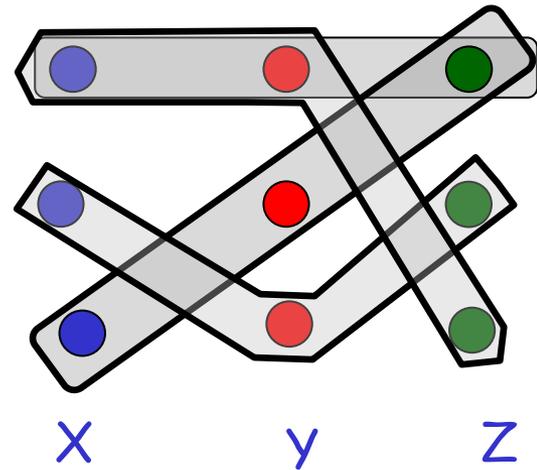
- Input:
  - insiemi disgiunti  $X, Y, Z$ , ognuno di dimensione  $n$
  - un insieme  $T \subseteq X \times Y \times Z$  di triple
- Domanda:
  - esiste un insieme di  $n$  triple in  $T$  tale che ogni elemento di  $X \cup Y \cup Z$  è contenuto in esattamente una tripla di  $T$ ?



## Riduzione da: 3D-matching

### 3-dimensional matching

- Input:
  - insiemi disgiunti  $X, Y, Z$ , ognuno di dimensione  $n$
  - un insieme  $T \subseteq X \times Y \times Z$  di triple
- Domanda:
  - esiste un insieme di  $n$  triple in  $T$  tale che ogni elemento di  $X \cup Y \cup Z$  è contenuto in esattamente una tripla di  $T$ ?



## Riduzione da: 3D-matching

- ogni elemento in  $X \cup Y \cup Z$  è una risorsa con disponibilità 1
- ogni tripla  $(x,y,z) \in T$  è un progetto che richiede esattamente  $x,y$ , e  $z$  per essere svolto

**Claim:** posso svolgere  $\geq n$  progetti se e soltanto se c'è un 3D-matching.