

Esercitazione  
6 maggio 2025

problemi di flusso

problema 1

- un insieme  $R$  di  $n$  risorse
- un insieme  $A$  di  $m$  attività da svolgere
- risorsa  $i$ 
  - è disponibile per  $b_i$  unità
  - può essere assegnata solo al sottoinsieme  $A_i \subseteq A$  delle attività (vincoli di compatibilità)
- attività  $j$  richiede almeno  $r_j$  risorse in totale per essere svolta

**goal:** capire se si possono assegnare le risorse in modo da svolgere tutte le attività

## Esempi:

**risorse=** dipendenti

**attività=** progetti dell'azienda

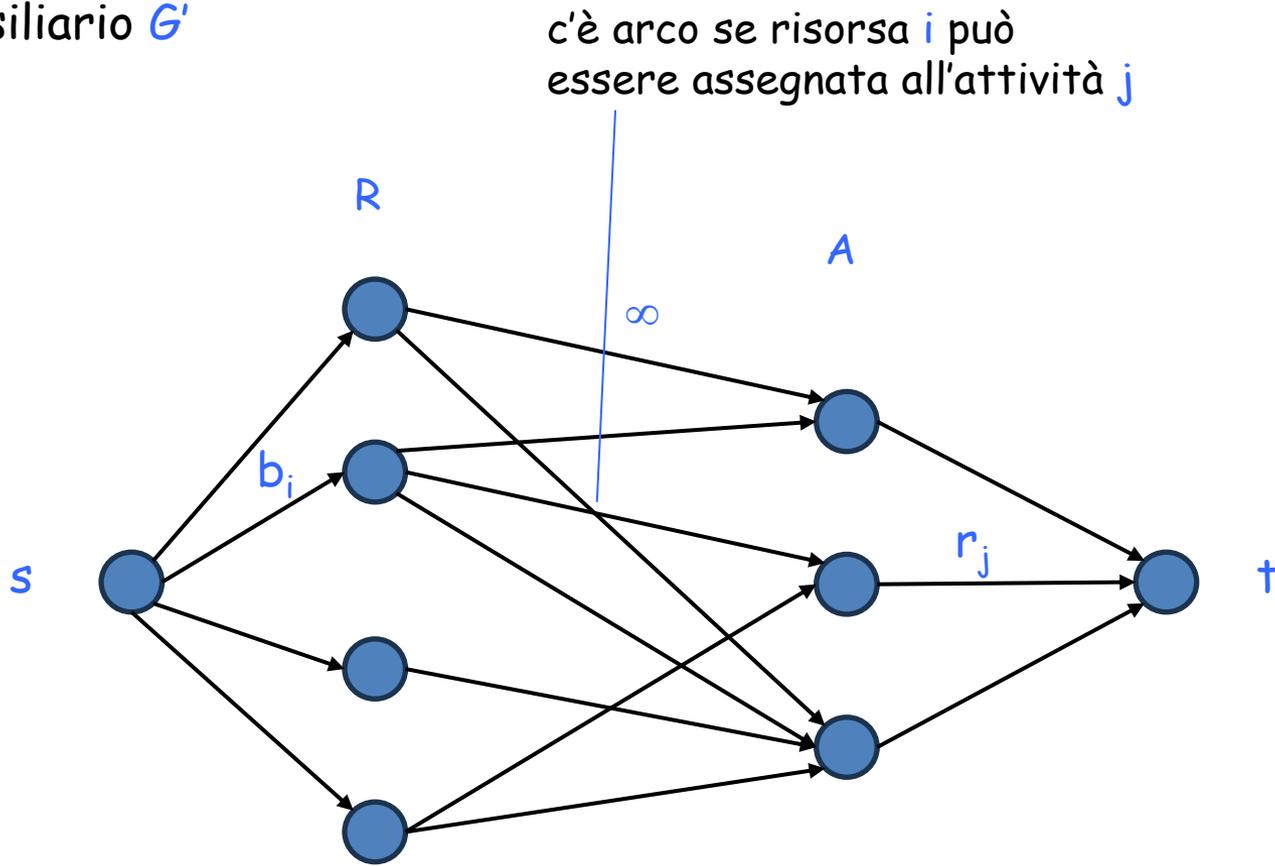
**compatibilità=** specifica a che tipo di progetti può lavorare un certo dipendente

**risorse=** sangue disponibile (di diverso tipo)

**attività=** richieste di trasfusione/operazioni

**compatibilità=** specifica quale tipo di sangue può essere usato per una specifica trasfusione/operazione

grafo ausiliario  $G'$



**Claim:**  
è possibile trovare un assegnamento e svolgere tutte le attività se e soltanto se il flusso massimo in  $G'$  è uguale a  $\sum_j r_j$

## problema 2

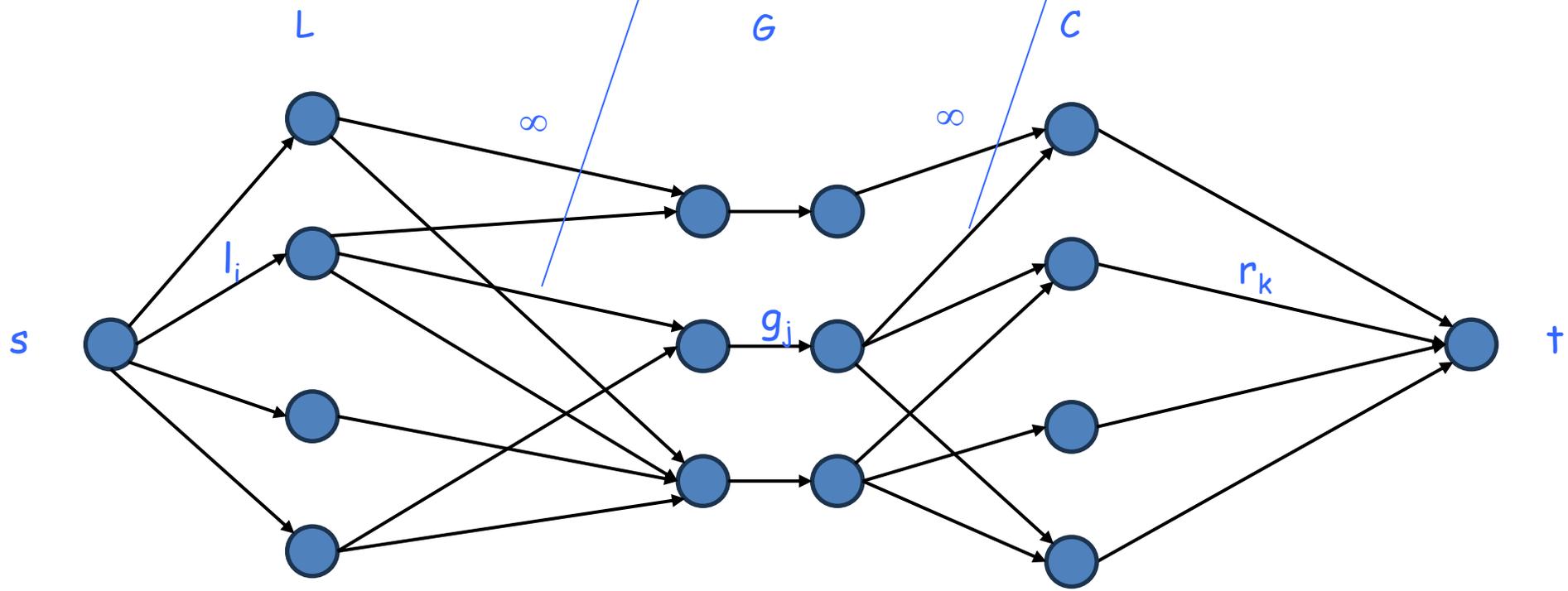
- un insieme  $L$  di  $n$  latterie
- un insieme  $G$  di  $m$  gelaterie
- un insieme  $C$  di  $t$  clienti
- latteria  $i$  produce  $l_i$  litri di latte
- gelateria  $j$ 
  - si fornisce solo nelle latterie  $L_j \subseteq L$
  - può lavorare al più  $g_j$  litri di latte
  - ogni litro di latte è sufficiente per una vaschetta di gelato
- cliente  $k$ 
  - mangia solo nelle gelaterie  $G_k \subseteq G$
  - vuole  $r_k$  vaschette di gelato

**goal:** capire se c'è modo di soddisfare tutti i clienti

grafo ausiliario  $G'$

c'è arco fra latteria  $i$  e  
gelateria  $j$  se latteria  $i \in L_j$

c'è arco fra gelateria  $j$  e  
cliente  $k$  se gelateria  $j \in G_k$



**Claim:**  
è possibile soddisfare tutti i clienti se e soltanto se il flusso massimo in  $G'$  è uguale a  $\sum_k r_k$

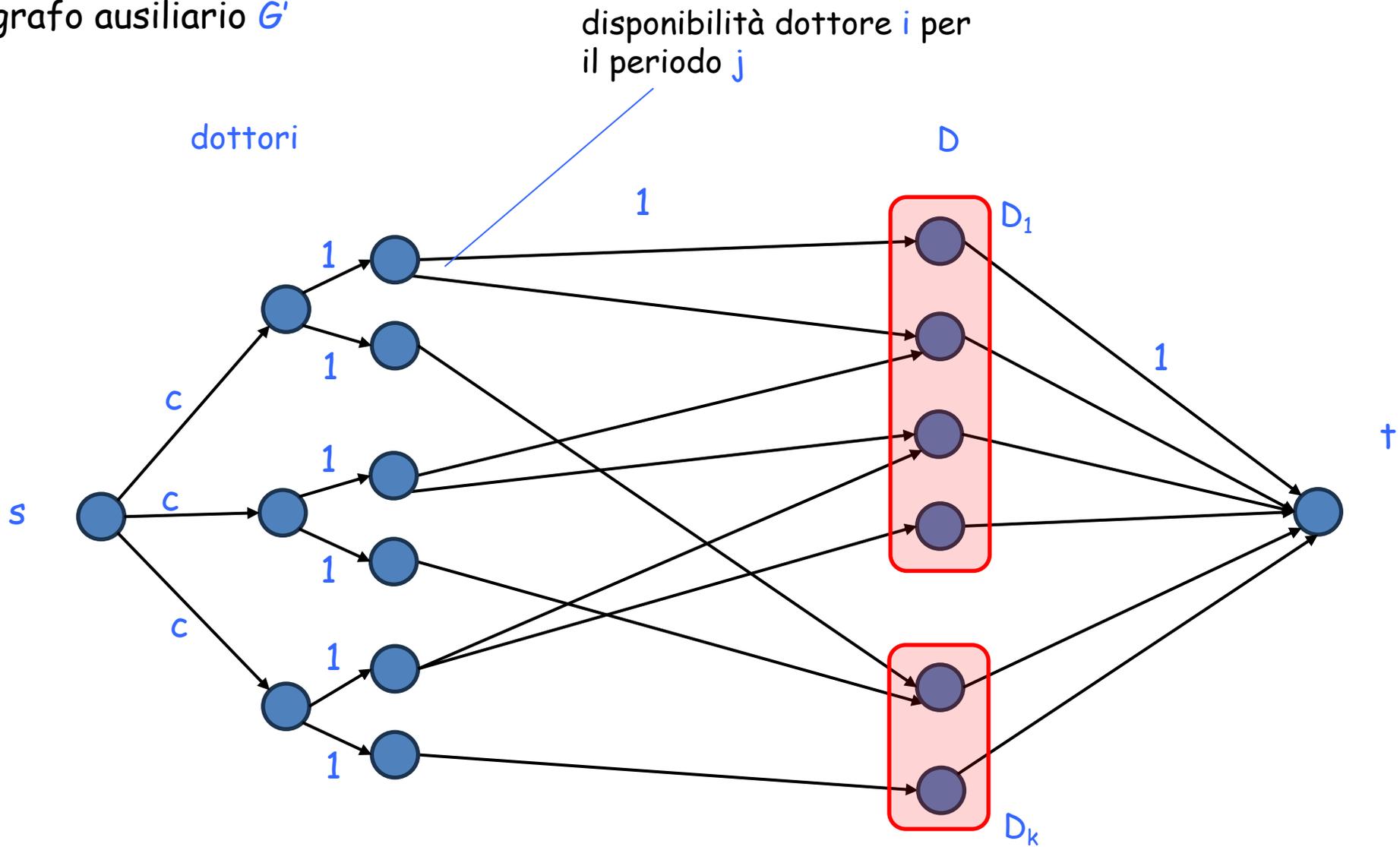
# problema 3

Esercizio svolto #2 (pag. 412)

- $n$  dottori
- $k$  periodi di festività (es. settimana di natale, week end di pasqua,...)
- periodo  $j$  costituito da  $D_j$  giorni
- dottore  $i$ 
  - disponibile a lavorare nei giorni  $S_i \subseteq D$ , dove  $D = \cup_j D_j$
  - può lavorare al più  $c$  giorni festivi in totale
  - ma mai più di un giorno per ogni periodo di festività

**goal:** capire se è possibile assegnare un dottore ad ogni giorno di festività (rispettando i vincoli)

grafo ausiliario  $G'$



**Claim:**

esiste assegnamento che rispetta tutti i vincoli se e soltanto se il flusso massimo in  $G'$  è uguale a  $|D|$