

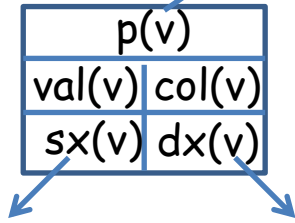
Esercitazione
14 novembre 2023

Algoritmi su alberi

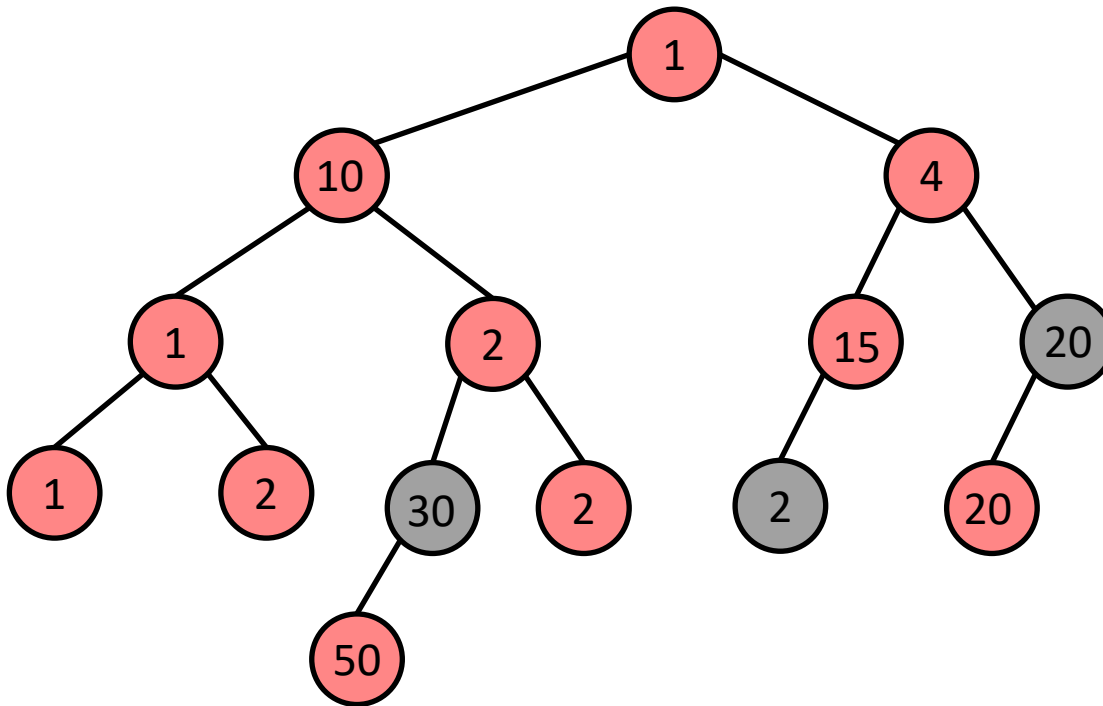
problema 1

Input: un albero binario T di n nodi
 ogni nodo v ha:
 -valore $val(v) > 0$
 -colore $col(v) \in \{R, N\}$

T rappresentato con record e puntatori:



Output: valore del cammino rosso di tipo radice-nodo di valore massimo

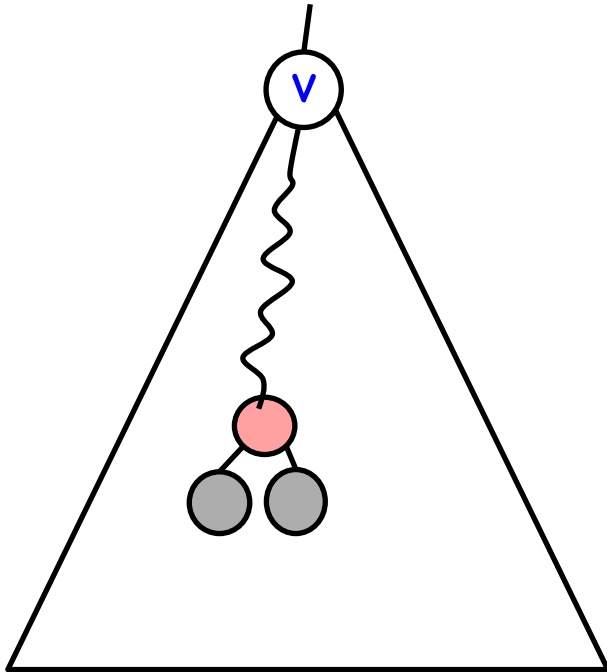


Output: 20

Def.: il **valore di un cammino** è la somma di valori dei nodi del cammino

Def.: un cammino è **rosso** se tutti i suoi nodi sono di colore rosso.

Idea



MaxRosso(v)

Restituisce il valore del cammino rosso di valore massimo di tipo v -discendente di v

- info che vengono "dal basso", calcolate rispetto al sottoalbero con radice v ;
- possono essere usate per "passare informazioni" al padre di v

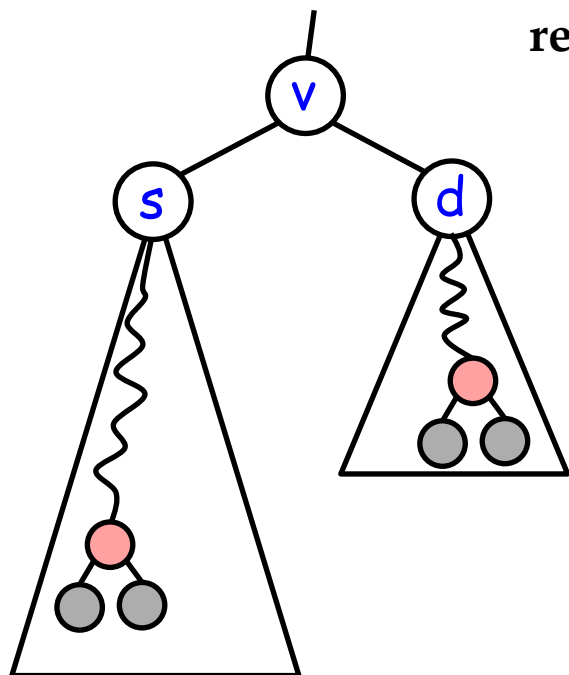
Idea

MaxRosso(v)

if $v = \text{null}$ then return 0

if $\text{col}(v) = \text{N}$ return 0

return $\text{val}(v) + \max\{\text{MaxRosso}(\text{sx}(v)), \text{MaxRosso}(\text{dx}(v))\}$



MaxRosso(v)

Restituisce il valore del cammino rosso di valore massimo di tipo v -discendente di v

Complessità:
 $O(n)$

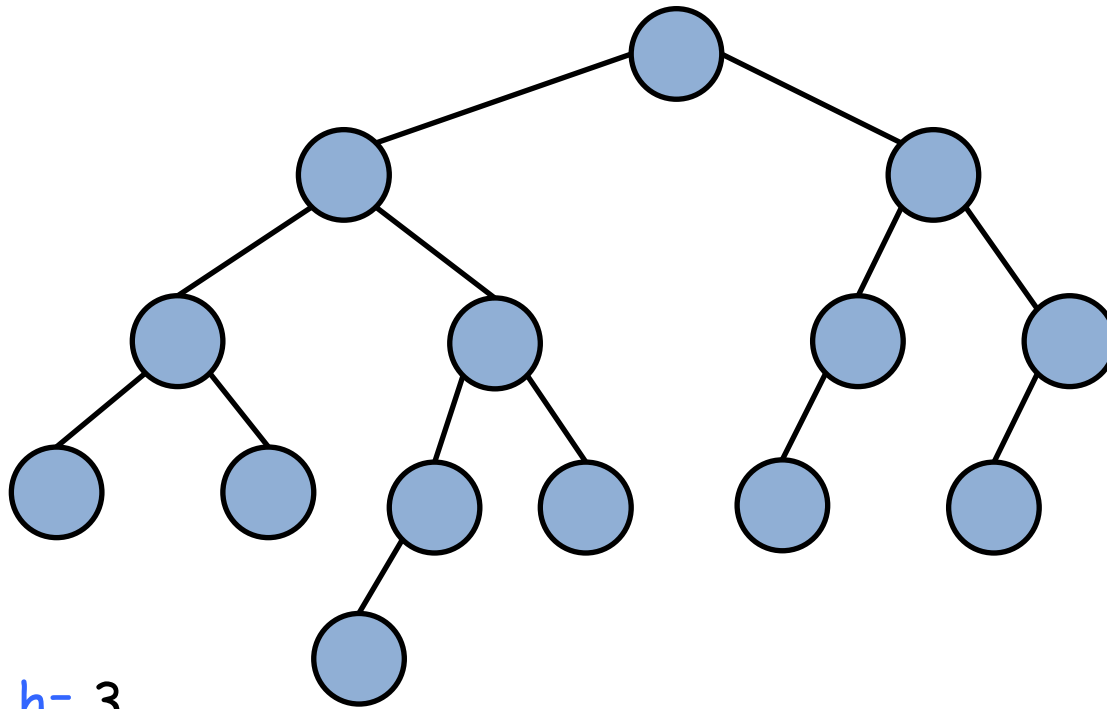
-info che vengono "dal basso", calcolate rispetto al sottoalbero con radice v ;
-possono essere usate per "passare informazioni" al padre di v

problema 2

Input:

- un albero binario T di n nodi
(rappresentato con record e puntatori)
- un intero $h \geq 0$

Output: numero di nodi di T con profondità almeno h

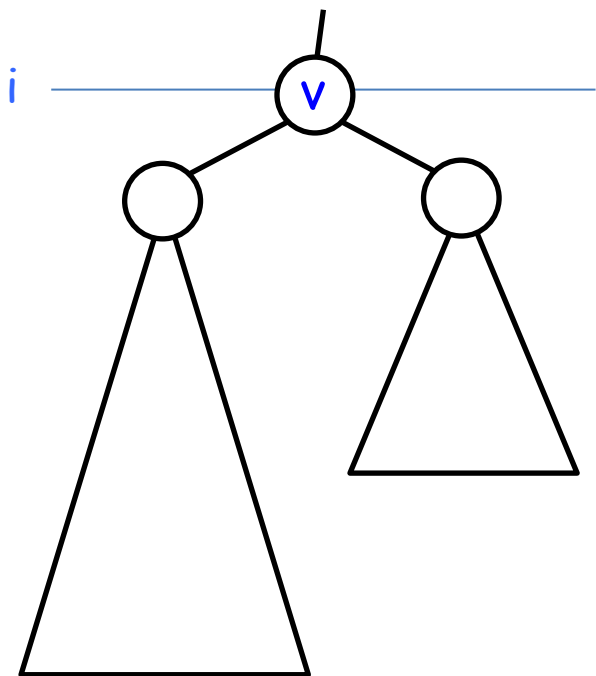


$h = 3$

Output: 7

profondità di un nodo:
distanza (#di archi) dalla radice.

Idea



info che vengono "dall'alto"

$\text{ContaProf}(v, h, i)$

restituisce il numero di nodi nel sottoalbero radicato in v che hanno $\text{prof} \geq h$.

assume che v ha profondità i

info che vengono "dal basso"

$\text{ContaProf}(v, h, i)$

if $v = \text{null}$ **then return** 0

if $i \geq h$

then return $1 + \text{ContaProf}(\text{sx}(v), h, i+1) + \text{ContaProf}(\text{dx}(v), h, i+1)$

else return $\text{ContaProf}(\text{sx}(v), h, i+1) + \text{ContaProf}(\text{dx}(v), h, i+1)$

chiamata iniziale:

$\text{ContaProf}(r, h, 0)$

Complessità:
 $O(n)$

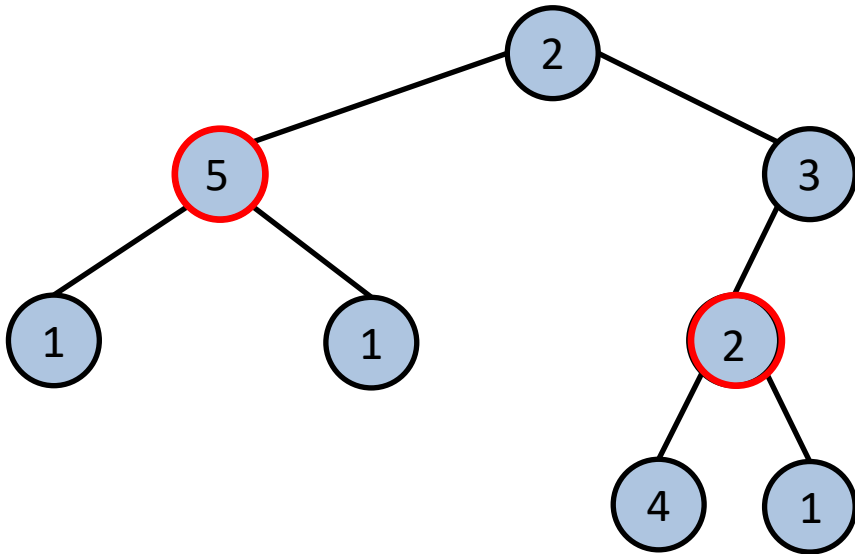
problema 3

Input:

- un albero binario T di n nodi
(rappresentato con record e puntatori)
- ogni nodo v ha un valore $val(v) > 0$

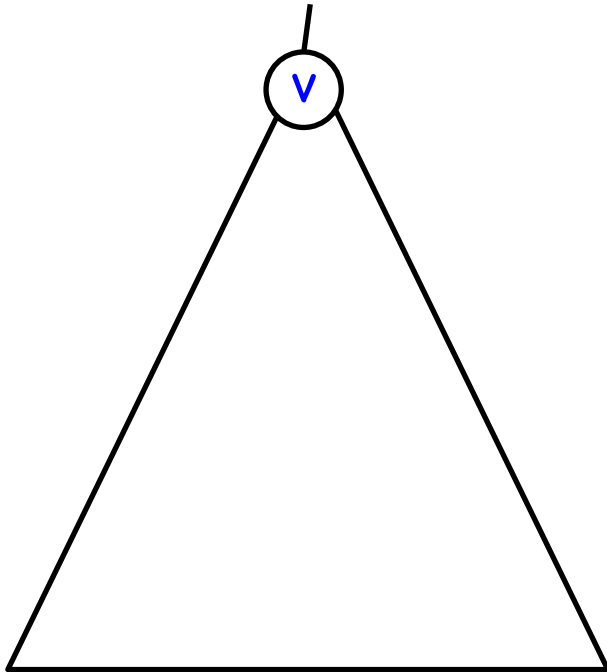
Output: numero di nodi che soddisfano

somma dei valori degli antenati del nodo = somma dei valori dei discendenti del nodo



Output: 2

Idea

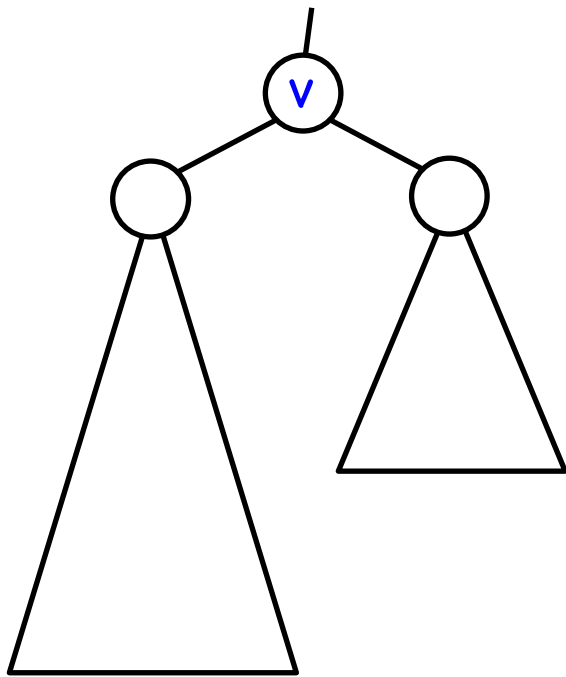


parametri problema info "dall'alto" info "dal basso"

$\text{alg}(v, \underbrace{\dots, \dots}, \underbrace{\dots, \dots}) \rightarrow \underbrace{\dots}$

output finale:

$\text{alg}(\text{radice}, \dots, \dots, \dots, \dots)$



$\text{Bilanciati}(v, SA)$

restituisce (SD, k)

- SD : somma valore discendenti di v (v incluso);

- k : numero nodi nel sottoalbero radicato in v che soddisfano (Δ) .

assume:

- SA : somma valori antenati di v (v escluso)

$\text{Bilanciati}(v, SA)$

if $v = \text{null}$ **then return** $(0, 0)$

$SA = SA + \text{val}(v)$

$(SD_s, k_s) = \text{Bilanciati}(\text{sx}(v), SA)$

$(SD_d, k_d) = \text{Bilanciati}(\text{dx}(v), SA)$

$SD = SD_s + SD_d + \text{val}(v)$

if $SD = SA$

then return $(SD, 1 + k_s + k_d)$

else return $(SD, k_s + k_d)$

Calco $\text{Bilanciati}(r)$

$(SD, k) = \text{Bilanciati}(r, 0)$

return k

Complessità:
 $O(n)$

Esercizio

Sia T un albero binario di n nodi con radice r in cui ogni nodo ha un valore non negativo associato. La *profondità* di un nodo v è il numero di archi del cammino da v alla radice. I nodi che si incontrano lungo tale cammino (v compreso) sono detti *antenati* di v . Diremo che un nodo v è *generazionalmente profondo* se la sua profondità è strettamente maggiore del valore di un suo antenato di valore minimo.

Si assuma che T è mantenuto attraverso una struttura collegata e che ogni nodo v abbia associato i seguenti campi: puntatori al padre e ai figli ($v.p$, $v.s$, $v.d$) e valore del nodo ($v.val$). Si progetti un algoritmo con complessità temporale $O(n)$ che, preso T , restituisca il numero di nodi generazionalmente profondi di T . Si fornisca lo pseudocodice dettagliato dell'algoritmo.

Esercizio

Sia T un albero binario di n nodi con radice r . La *profondità* di un nodo v è il numero di archi del cammino da v alla radice. Un nodo u è un *discendente* di v se u si trova nel sottoalbero di T radicato in v . Si assuma che T è mantenuto attraverso una struttura collegata e che ogni nodo v mantenga i puntatori al padre e ai figli ($v.p$, $v.s$, $v.d$). Si progetti un algoritmo con complessità temporale $O(n)$ che, preso T , restituisca il nodo v di profondità minima la cui profondità è maggiore o uguale al numero dei suoi discendenti. Si fornisca lo pseudocodice dettagliato dell'algoritmo e possibilmente non si usino variabili globali e passaggi di parametri per riferimento.