

Esercitazione  
4 aprile 2024

programmazione dinamica

problema 1

**Esercizio** Il signor Valter Bianchi, dopo aver fatto un bel gruzzoletto vendendo cristalli non proprio legali, ha deciso di diversificare la sua attività e si è messo a vendere della roba – anch’essa non proprio legale – che per comodità chiameremo stecca di cioccolata. La stecca di cioccolata può essere venduta tutta intera o può essere spezzata in segmenti più piccoli da vendere separatamente. La lunghezza della stecca di cioccolata è di  $L$  centimetri, con  $L$  intero. Si assuma che nello spezzare la stecca la lunghezza dei pezzi ottenuti (in centimetri) debba essere ancora un numero intero. Per esempio un pezzo lungo 3 centimetri può essere venduto così, spezzato in tre pezzi da 1 centimetro o in due pezzi: uno da 2 centimetri e l’altro da 1 centimetro (mentre non si possono fare due pezzi da mezzo centimetro e due centimetri e mezzo). Il guadagno che il signor Valter Bianchi riesce a fare se vende un pezzo lungo  $t$  centimetri è  $G(t)$ ,  $t = 1, 2, \dots, L$ . Progettare un algoritmo di programmazione dinamica che aiuti il signor Valter Bianchi a guadagnare il più possibile. La complessità temporale dell’algoritmo deve essere polinomiale in  $L$ .

Un soluzione discussa la trovate qui:

<https://www.mat.uniroma2.it/~guala/discussi.pdf>

# problema 2

## Esercizio:

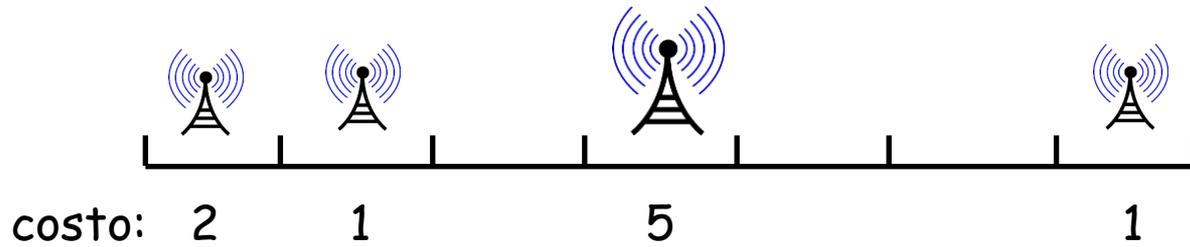
Si vuole dotare una pista ciclabile di un buon servizio wifi. Per fare questo si devono installare dei ripetitori wireless. La pista ciclabile è lunga  $n$  tratte. Il costo di installazione di un ripetitore non è uniforme e dipende dalla tratta in cui si installa il ripetitore e dal tipo del ripetitore. In particolare, ci sono due tipi di ripetitori, uno di tipo *high* ( $H$ ) e uno di tipo *low* ( $L$ ).

Se nella tratta  $i$  si installa:

- un ripetitore di tipo  $L$ , il ripetitore è in grado fornire il servizio alle tratte  $i$  e  $i+1$ . Il costo di installazione è  $L_i$
- un ripetitore di tipo  $H$ , il ripetitore è in grado fornire il servizio alle tratte  $i$ ,  $i+1$  e  $i+2$ . Il costo di installazione è  $H_i \geq L_i$

Progettare un algoritmo di programmazione dinamica che calcoli una soluzione di costo totale minimo che fornisce il servizio a tutte le tratte.

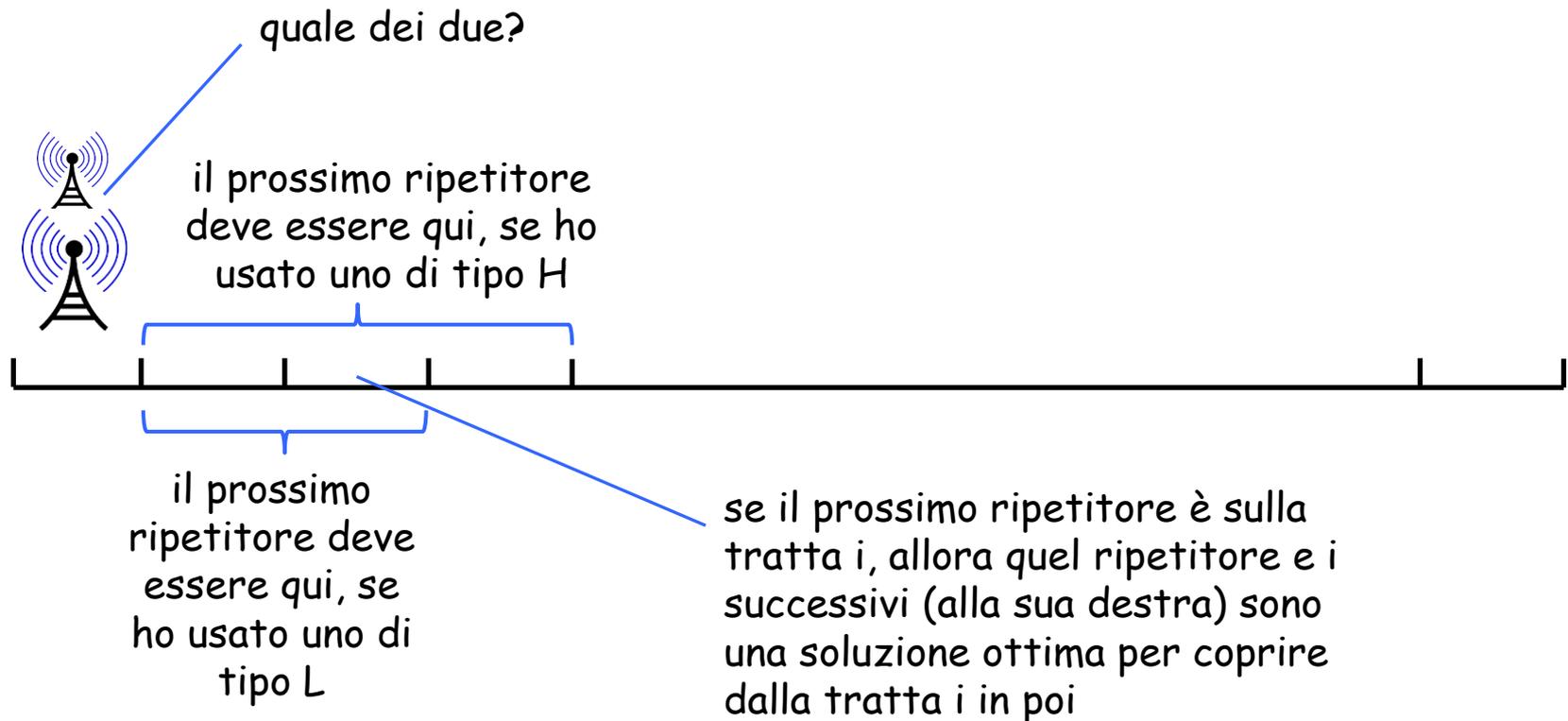
# Esempio



una soluzione di costo totale 9

## Idea:

- "indovinare" il tipo di ripetitore installato nella soluzione ottima nella tratta 1
- questo copre alcune tratte che ora non è più necessario coprire
- coprire le tratte "restanti" all'ottimo
- attenzione: non è detto che nell'ottimo non ci sia un ripetitore anche nella tratta 2!



## Soluzione

Sottoproblemi:

$Opt[i]$ : costo minimo per coprire le tratte  $i, i+1, \dots, n$

Soluzione cercata:

$Opt[1]$

Equazione di Bellman:

$$Opt[i] = \min \{L_i + Opt[i+1], L_i + Opt[i+2], H_i + Opt[i+3],\}$$

Casi base:

$$Opt[i] = 0 \quad \text{se } i > n$$

Ordine dei sottoproblemi:

$Opt[n], Opt[n-1], \dots, Opt[2], Opt[1]$

## pseudocodice

### CalcoloCostoInstallazione:

1.  $Opt[n+1]=Opt[n+2]=0$
2. for  $i=n$  down to 1 do
  1.  $Opt[i]= \min \{L_i+Opt[i+1], L_i+Opt[i+2], H_i+Opt[i+3],\}$
3. return  $Opt[1]$

running time:  $O(n)$

- come al solito l'algoritmo calcola solo il valore della soluzione ottima
- dato il vettore  $Opt[]$  sapete ricostruire in tempo  $O(n)$  anche la soluzione?