

Algoritmi e Strutture Dati con Laboratorio (modulo I)

Testo della prova scritta del 21 settembre 2010

docente: Luciano Gualà

Cognome:..... Nome:..... Matr.:..... Corso di Laurea:.....

Esercizio 1 [10 punti]

(a) Si ordinino le seguenti funzioni in ordine non decrescente di tasso di crescita asintotica.

Per ogni coppia di funzioni $f_i(n), f_{i+1}(n)$ adiacenti nell'ordinamento si specifichi se $f_i(n) = \Theta(f_{i+1}(n))$ o se $f_i(n) = o(f_{i+1}(n))$.

Le funzioni sono: 2^n , $n^2(n-2)$, $\log^{1/2} n$, 2^{n-2} , $n^{2.22} \log^{22} n$, 2^{2n} , $\log n^2$, $\frac{n^2 \sqrt{n}}{\log^2 n}$, $\log 22n$.

(b) Per un problema sono noti due algoritmi ricorsivi, A_1 e A_2 le cui complessità temporali sono descritte dalle seguenti equazioni di ricorrenza:

$$T_1(n) = 2T_1(n/2) + n \log^2 n, T_1(1) = 1;$$

$$T_2(n) = 8T_2(n/2) + n \log n, T_2(1) = 1;$$

Dire, motivando la risposta, quale algoritmo è preferibile usare.

Esercizio 2 [12 punti] Sia A un array di n valori reali. Progettare un algoritmo che, dato A , restituisce una coppia di indici i, j con $1 \leq i < j \leq n$ che massimizza il valore $A[j] - A[i]$, ovvero tale che per ogni altra coppia di indici $1 \leq i' < j' \leq n$ si ha: $A[j] - A[i] \geq A[j'] - A[i']$. L'algoritmo deve avere complessità temporale $o(n^2)$.

Esercizio 3 [12 punti] Sia T un albero binario di n nodi in cui ogni nodo v ha associata una chiave reale positiva $k(v)$ e un colore $col(v) \in \{\text{rosso}, \text{nero}\}$. Diciamo che un cammino da un nodo v alla radice è rosso se tutti i nodi lungo il cammino sono di colore rosso; inoltre definiamo il *costo* di un tale cammino come la somma delle chiavi dei nodi del cammino. Progettare un algoritmo che, dato T , restituisce il costo del cammino rosso di costo massimo fra la radice e un qualche nodo. L'algoritmo deve avere complessità temporale $O(n)$. Si assuma che l'albero è mantenuto attraverso una struttura dati collegata e che per ogni nodo siano disponibili, oltre alla chiave e al colore, i puntatori al padre e ai due figli.