

Elementi di Algoritmi e Strutture Dati  
Testo della prova scritta del 10 settembre 2008  
docente: Luciano Gualà

Cognome:..... Nome:..... Matr:..... Corso di Laurea:.....

**Esercizio 1 [8 punti]** Siano  $f(n), g(n), h(n) : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}^+$  tre funzioni. Dimostrare o confutare la seguente relazione

$$2^{f(n)+g(n)} = O(2^{h(n)})$$

quando

(a)  $h(n) = \omega(f(n))$  e  $g(n) = o(f(n))$ .

(b)  $g(n) = \Theta(1)$  e  $f(n) = \Theta(h(n))$ .

**Esercizio 2 [8 punti]** Sia  $T$  un albero AVL implementato attraverso una struttura dati collegata che, per ogni nodo  $v$ , oltre la chiave di  $v$  e i tre puntatori (al padre, al figlio sinistro e al figlio destro di  $v$ ), ha un ulteriore campo  $size(v)$  che contiene il numero di nodi del sottoalbero di  $T$  radicato in  $v$  ( $v$  compreso). Si progetti un algoritmo che, preso in ingresso un albero  $T$  così fatto e un valore  $x$ , restituisca il numero complessivo di nodi di  $T$  che hanno chiave minore o uguale a  $x$ . *Attenzione:* l'esercizio sarà valutato solo se corredato da adeguata descrizione del funzionamento dell'algoritmo, in base ai seguenti parametri: correttezza, efficienza e analisi di complessità.

**Esercizio 3 [8 punti]**

(a) Si mostri l'esecuzione dell'algoritmo `quickSort` sul seguente array

$$A = [5, 10, 2, 1, 7, 15, 6, 9].$$

Si assuma che la scelta del perno cada sempre sul primo elemento della porzione dell'array da ordinare.

(b) Sia  $\alpha \geq 0$  un parametro reale. Si risolva in funzione di  $\alpha$  la seguente relazione di ricorrenza:  $T(n) = 2T(n/2) + n^\alpha$ ,  $T(1) = 1$ .

**Esercizio 4 [8 punti]** Illustrare in modo sintetico e preciso la delimitazione inferiore di  $\Omega(n \log n)$  al numero di confronti per il problema dell'ordinamento.