

Elementi di Algoritmi e Strutture Dati
Testo della prova scritta del 4 settembre 2009
docente: Luciano Gualà

Cognome:..... Nome:..... Matr.:..... Corso di Laurea:.....

Esercizio 1 [8 punti] Sia $f(n) : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}^+$ una funzione tale che $f(n) = \Omega(1)$ e sia c una costante intera positiva. Dimostrare o confutare le seguenti due relazioni:

(a) $f(n) = \Theta(f(n + c))$.

(b) $f(n) = \Theta(f(n \cdot c))$.

Esercizio 2 [8 punti] Si progetti un algoritmo che, preso in input due array A e B di n valori reali, restituisca una matrice M $n \times n$ così definita: per ogni $1 \leq i \leq j \leq n$,

$$M[i, j] = \sum_{k=1}^{i-1} A[k] + \sum_{k=i}^j B[k] + \sum_{k=j+1}^n A[k].$$

L'algoritmo deve avere una complessità computazionale $o(n^3)$. *Attenzione:* l'esercizio sarà valutato solo se corredato da adeguata descrizione del funzionamento dell'algoritmo, in base ai seguenti parametri: correttezza, efficienza e analisi di complessità.

Esercizio 3 [8 punti]

(a) A partire da un albero AVL vuoto, si mostrino le modifiche apportate all'albero a seguito dei seguenti inserimenti: 30, 20, 25, 35, 40, 32. Si cancelli poi il nodo con chiave 30.

(b) Per un problema sono noti due algoritmi ricorsivi, A e A' , le cui complessità temporali sono descritte dalle equazioni di ricorrenza $T(n) = 2T(2n/5) + T(n/5) + n$, $T(1) = 1$, e $T'(n) = 3T'(n/2) + n$, $T'(1) = 1$. Dire, motivando la risposta, quale algoritmo è preferibile usare.

Esercizio 4 [8 punti] Si descriva in modo sintetico e preciso l'algoritmo `Fibonacci6` che, preso in input un intero n , calcola l' n -esimo numero di Fibonacci in tempo $O(\log n)$. Si analizzi in particolare la sua correttezza e si derivi la sua complessità temporale.