

Algoritmi e Strutture Dati (modulo II)  
Testo della prova scritta del 27 giugno 2016  
docenti: Gualà, Scornavacca

Cognome:..... Nome:..... Matr.:.....

**Esercizio 1** Si vuole progettare il sistema idrico di un nuovo quartiere. Nel quartiere ci sono  $n$  abitazioni e un pozzo. Chiaramente si vuole che ogni abitazione sia fornita d'acqua. Ci sono due modi per fornire l'acqua ad un'abitazione  $i$ : (1) costruire delle tubature dall'abitazione  $i$  al pozzo, tale tubatura ha un costo di costruzione di  $p(i)$ ; (2) ottenere l'acqua da un'altra abitazione  $j$  che ne è già provvista, in tal caso bisogna costruire delle tubature dalla casa  $i$  alla casa  $j$  ad un costo di  $c(i, j)$ .

Assumendo che i costi per la costruzione delle tubature fra diverse abitazioni siano simmetrici, ovvero  $c(i, j) = c(j, i)$  per ogni  $i, j$ :

- (a) Si fornisca un algoritmo efficiente in grado di trovare il sistema idrico più economico, ovvero l'insieme di tubature da costruire di costo totale minimo in grado di garantire la fornitura d'acqua all'intero quartiere.
- (b) Progettare un algoritmo efficiente per lo stesso problema quando i pozzi sono  $k$  e, per ogni abitazione  $i$ , il costo per prendere l'acqua dal pozzo  $j \in \{1, \dots, k\}$  è  $p_j(i)$ .

**Esercizio 2** Nella Repubblica delle Banane ha recentemente vinto il Presidente Frump, che odia particolarmente tutti gli immigrati meppicani. Gli immigrati partono tutti da un nodo  $s$  all'interno del Meppico e vogliono raggiungere un nodo  $t$  all'interno della Repubblica delle Banane. Le strade e gli incroci che collegano  $s$  e  $t$  possono essere visti come un normale grafo non diretto  $G(V, E)$ . Su ogni strada (arco) possono passare inosservati al più 100 meppicani ogni ora.

Il Presidente Frump vi incarica di fermare quanti più meppicani possibile, fornendovi  $k$  squadre di vigilantes. Potete piazzare ogni squadra su una qualsiasi strada riducendo a 0 il numero di meppicani che possono passarci.

- (a) Progettare un algoritmo che decide su quali strade piazzare le  $k$  squadre al fine di minimizzare il numero di meppicani che possono raggiungere  $t$  ogni ora. Analizzare la complessità dell'algoritmo.
- (b) Però il presidente Frump non è ancora contento del numero di meppicani che arrivano a  $t$ . Riuscite a dimostrarli che non si può fare di meglio?