

Cognome:..... Nome:..... Matr.:.....

Esercizio 1 [16 punti]

A: notazione asintotica. Dire quali delle seguenti relazioni asintotiche sono vere:

$$n^{1/4} \log n + \sqrt{n} = \Omega(n^{1/3}); \quad n \log^2 n = o((n+3) \log^4 n); \quad \log \log n = o(\sqrt{\log n}); \quad 2^{n+2} = \omega(2^n);$$

B: equazioni di ricorrenza. Fornire la soluzione asintotica alle seguenti relazioni di ricorrenza:

$$T(n) = 4T(n/4) + n; \quad \text{Soluzione:}$$

$$T(n) = T(n-4) + n^2; \quad \text{Soluzione:}$$

C: algoritmi e complessità. Quale algoritmo useresti e quanto costa se devi:

- Cercare un elemento in una lista ordinata di n elementi (si assuma la lista implementata in modo classico con record e puntatori):
- In un grafo orientato e non pesato, trovare la distanza da ogni nodo verso due nodi specifici t_1 e t_2 :
- Ordinare n interi i cui valori sono compresi fra n^3 e $n^3 + 100$:
- Costruire un heap binario che contenga n specifiche chiavi:

Esercizio 2 [8 punti] (rettangolo di area massima)

Sia data una sequenza di n segmenti verticali posizionati su una retta orizzontale. Ogni segmento è a distanza 1 dal precedente e il segmento i -esimo ha altezza intera $h_i \in [1, k]$. Dati due indici i e j , se $h_i = h_j = h$, potete tirare un segmento orizzontale ad altezza h e congiungere i due segmenti per formare un rettangolo la cui area è $h \cdot (j - i)$.

Progettate un algoritmo di complessità temporale $O(n + k)$ che trova l'area del rettangolo di area massima ottenibile. Si fornisca lo pseudocodice dettagliato dell'algoritmo, assumendo che le altezze dei segmenti siano memorizzate in un vettore $H[1 : n]$.

Esercizio 3 [8 punti]

Il giorno dell'esame di Algoritmi c'è ovviamente lo sciopero. E tu ti sfregi le mani, perché hai un taxi della nuova app TV-AuctionCar. Così ricevi k richieste da vari studenti che devono raggiungere l'università. La città è modellata come un grafo diretto $G = (V, E)$ in cui ad ogni arco e è associato un costo $c(e)$ che misura la spesa in benzina necessaria per attraversare l'arco. Tu ti trovi nel nodo x . La richiesta i -esima specifica il nodo s_i in cui si trova lo studente e il pagamento p_i che è disposto a sostenere se vai a prendere lui. Tutti gli studenti devono raggiungere il nodo t . Per questioni di tempo puoi accontentare un solo studente.

Progetta un algoritmo efficiente che calcola il massimo guadagno ottenibile, dove il guadagno è la differenza fra il pagamento che ricevi e il costo complessivo per la benzina.