

Cognome:..... Nome:..... Matr.:.....

Esercizio 1 [16 punti]

A: notazione asintotica. Dire quali delle seguenti relazioni asintotiche sono vere:

$$n^2 = o(n^2 \log^{30} n); \quad \log^2 n = \omega(\sqrt{\log n}); \quad n^2 = \Theta\left(\frac{n^2}{\log \log n}\right); \quad \log \log^2 n = o(\sqrt{\log n});$$
$$2^{2n} = \Theta(2^n); \quad 2^n = \Theta(3^n); \quad 2^n = o(2^{n+20}); \quad 2^n = \Theta(n^{\log n});$$

B: equazioni di ricorrenza. Fornire la soluzione asintotica alle seguenti relazioni di ricorrenza:

$$T(n) = 2T(n/2) + n^{1.5}; \quad \text{Soluzione:}$$

$$T(n) = T(n-2) + n^2; \quad \text{Soluzione:}$$

C: algoritmi e complessità. Quale algoritmo useresti e quanto costa se devi:

- Calcolare l' n -esimo numero di Fibonacci:
- Ordinare n interi compresi fra 1 e n^2 :
- Calcolare la distanza da s a t in un grafo diretto pesato in cui ogni arco può avere peso 1 o 2:
- Dato un grafo non orientato e pesato, un nodo v e un valore L , capire se v è a distanza al più L da tutti gli altri nodi:

Esercizio 2 [8 punti] (*Indicazioni per la colonna SOS più vicina*)

Un'autostrada è lunga n chilometri, numerati da 1 ad n . In alcuni di questi chilometri è presente una colonna SOS (per le chiamate di soccorso stradale). Questa informazione è rappresentata attraverso un vettore booleano A di lunghezza n dove $A[i] = 1$ se al chilometro i è presente la colonna SOS e $A[i] = 0$ altrimenti.

Si vuole calcolare un vettore B di dimensione n tale che, per ogni $i \in \{1, 2, \dots, n\}$, $B[i]$ contiene il chilometro in cui è presente la colonna SOS più vicina al chilometro i .

L'algoritmo deve avere complessità $O(n)$. Si fornisca lo pseudocodice dettagliato dell'algoritmo.

Esercizio 3 [8 punti]

Un grafo temporale è un grafo non orientato G dove ad ogni arco e è associata una *etichetta temporale* $\lambda(e)$ che indica l'istante in cui e può essere percorso. Un *cammino temporale* da un nodo s ad un nodo t è un cammino in G da s a t tale che le etichette temporali degli archi percorsi da s a t sono non-decrescenti.

Si consideri un grafo temporale G in cui, per ogni arco e , $\lambda(e) \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Progettare un algoritmo che, dato G e due nodi s e t , calcola se esiste un cammino temporale da s a t . L'algoritmo deve avere complessità $O(m+n)$ dove n ed m sono rispettivamente il numero di nodi e di archi di G .