

Algoritmi e Strutture Dati (modulo II) - testo prova scritta 19/02/2024
docenti: Luciano Gualà & Andrea Clementi

Cognome:..... Nome:..... Matr.:.....

Esercizio 1 Si consideri un grafo non orientato e connesso $G = (V, E)$ di n nodi dove ad ogni arco $e \in E$ è associato un peso positivo $w(e)$. E si consideri l'esecuzione dell'algoritmo di Kruskal $\mathcal{A}$ con input G .

A. Dire quale delle seguenti affermazioni è vera:

- L'algoritmo $\mathcal{A}$ trova un Minimum Spanning Tree (MST) di G solo se i pesi degli archi di G sono distinti.
- L'algoritmo processa gli archi di G in ordine crescente di peso, ma troverebbe un MST di G anche se processasse gli archi in ordine *decrescente* di peso.
- Dopo aver processato l'arco di peso minimo di G , l'algoritmo ha calcolato una soluzione parziale che è una foresta di esattamente $n - 1$ componenti connesse;
- Dopo aver processato il secondo arco di peso minimo di G , l'algoritmo ha calcolato una soluzione parziale che è una foresta di esattamente $n - 2$ componenti connesse;
- Dopo aver processato il terzo arco di peso minimo di G , l'algoritmo ha calcolato una soluzione parziale che è una foresta di esattamente $n - 3$ componenti connesse;
- Nell'implementazione efficiente dell'algoritmo i nodi ancora non raggiunti vengono mantenuti in una coda con priorità;
- Quando l'algoritmo processa un generico arco e , aggiunge e alla soluzione se l'arco è l'arco più leggero di un ciclo;
- Quando l'algoritmo processa un generico arco e e decide di non aggiungerlo alla soluzione, vuol dire non solo che l'arco e forma un ciclo con gli archi già aggiunti, ma che è anche l'arco più pesante di quel ciclo;

B. Si dica quale struttura dati viene utilizzata nell'implementazione efficiente dell'algoritmo di Kruskal, quali operazioni mette a disposizione la struttura dati e come queste vengono usate nell'algoritmo. (Max 10 righe.)

Esercizio 2 Si consideri il problema dell'Interval Scheduling (IS).

A. Si definisca formalmente il problema di IS. (Max 5 righe.)

B. Si argomenti sul perché l'algoritmo greedy che guarda gli intervalli in ordine crescente di lunghezza non calcola una soluzione ottima. (Max 3 righe.)

C. Si definisca il criterio di ordinamento degli intervalli che porta all'algoritmo greedy corretto, ovvero l'algoritmo greedy che trova sempre una soluzione ottima del problema.

D. Si dimostri a grandi linee perché l'algoritmo del punto (C) trova sempre una soluzione ottima del problema.